dA.S. 1998/1999: SESSIONE SUPPLETIVA

M557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato scelga a suo piacimento due dei seguenti problemi e li risolva:

1. Data una semicirconferenza di centro O e di diametro $\overline{AB} = 2$, si assuma su di essa un punto C in modo che l'angolo $A\hat{O}C$ sia acuto. Indicata con φ l'ampiezza di tale angolo, siano:

   $x = tg\,\frac{\varphi}{2}$ e

   $y = raggio\ della\ circonferenza\ tangente\ tanto\ al\ diametro\ quanto, nel\ punto\ C, alla\ semicirconferenza.$

   Dopo aver dimostrato che il centro di tale circonferenza appartiene al raggio OC, si studi e si rappresenti graficamente la funzione $y = f(x)$ senza tenere conto delle limitazioni di natura geometrica poste ad x dal problema.

2. Si deve costruire un recipiente a forma di cilindro circolare retto che abbia una capacità di $16\pi\ cm^3$.
   Il candidato determini le dimensioni del recipiente che richiederanno la quantità minima di materiale.
   Verificato che il cilindro cercato è quello equilatero, si determinino la superficie ed il volume della sfera ad esso circoscritta.

   Considerate infine le formule: $V = \frac{4}{3}\pi x^3$ e $S = \pi x^2$, che danno rispettivamente il volume di una sfera di raggio x e l'area di un cerchio sempre di raggio x se ne illustrino i risultati della derivazione rispetto a x.

3. L'informazione che si ha della parabola $f(x) = ax^2 + bx + c$ è tutta concentrata nel punto di ascissa $x = 5$ ed è:

   $$f(5) = 0, \quad f'(5) = -1 \quad e \quad f''(5) = -2$$

   a) determinata la parabola e detti A e B i suoi punti d'intersezione con l'asse x calcolare l'area del triangolo ABC ove con C si è denotato il punto d'incontro delle tangenti alla parabola in A e in B e stabilire il rapporto tra tale area e quella del segmento parabolico di base AB;

   b) stabilire altresì il rapporto tra i volumi descritti dalle aree (*n.d.r. regioni*) prima considerate per effetto della loro rotazione completa attorno all'asse x.

Durata massima della prova: 5 ore.
È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.
Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.