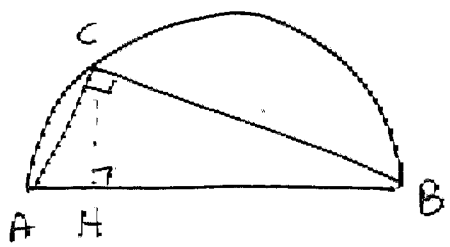
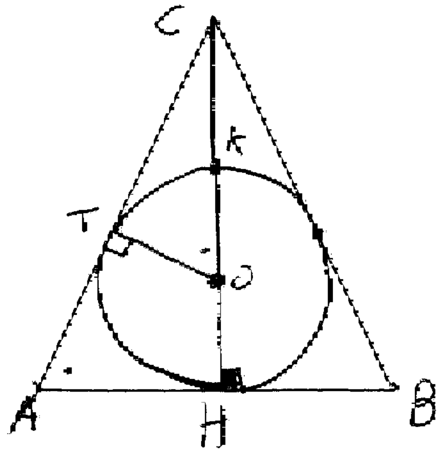
QUESITO 3

a)



Il triangolo può essere inscritto in una semicirconferenza di diametro pari all'ipotenusa; l'area max si avrà quando $\overline{CH} = R \Rightarrow$ triangolo isoscele.

b)



$$\begin{cases} S_l = \text{min quando} \\ \overline{CH} = R\sqrt{2} \end{cases}$$

$$S_l = \pi \cdot \overline{AH} \cdot \overline{AC}$$

$\overline{CH} = x \quad (x > 2R)$

$$\overline{CT} = \sqrt{\overline{CO}^2 - \overline{TO}^2} = \sqrt{x^2 - 2Rx}$$

$$\frac{\overline{OT}}{\overline{CT}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}$$

$$\overline{AH} = \frac{Rx}{\sqrt{x^2 - 2Rx}} \ ; \quad \overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2} = \ldots = \frac{x(x-R)}{\sqrt{x^2 - 2Rx}}$$

$$\boxed{S_\ell = \frac{\pi R x (x-R)}{x-2R}}$$ che è minima se lo è

$$y = \frac{x(x-R)}{x-2R}$$; calcolando

la y' si ottiene il minimo richiesto per $\boxed{x = 2R + R\sqrt{2}}$

da cui $\boxed{\overline{CK} = x - 2R = R\sqrt{2}}$

c) $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$; se $n=0$ $n! = 1$

$n! = P_n = D_{n,n} \Rightarrow$

$$D_{n,k} = n(n-1)\ldots(n-k+1) =$$

$$= \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$\binom{n}{k} = C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$