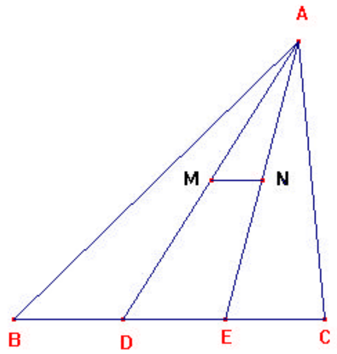
PROBLEMA 2 CORSO DI ORDINAMENTO

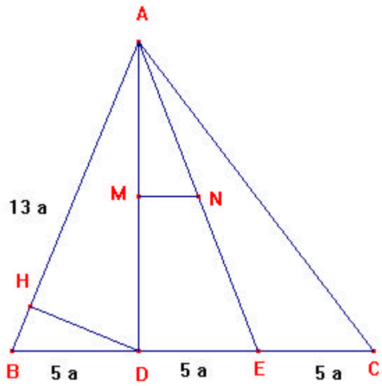
a)



Il segmento MN è parallelo a DE ed uguale alla sua metà (per una nota proprietà dei triangoli); l'altezza di AMN relativa alla base MN è metà di quella di ADE relativa a DE, quindi il triangolo AMN ha area uguale ad 1/4 dell'area di ADE: l'area del quadrilatero DENM è quindi i 3/4 dell'area di ADE. Ma quest'ultima è 1/3 dell'area di ABC, avendo la stessa altezza e base 1/3: pertanto:

Area (DENM) = 3/4 Area (ADE) = 3/4 (1/3 Area (ABC)) = 1/4 Area (ABC)

b)



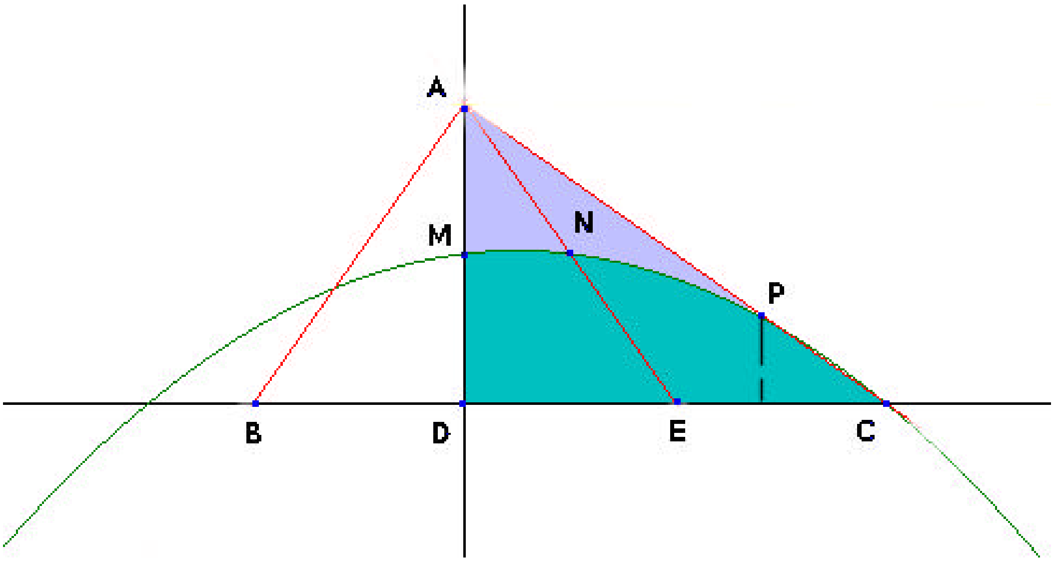
primo modo: Area (ABD) = 4/3 Area (DENM) = 4/3 (45/2 a^2) = 30 a^2

ma la stessa area si può trovare come $\dfrac{AB \cdot BD \cdot sen(B)}{2}$; confrontando i due valori si ottiene sen (B) = 12/13; essendo l'angolo in B acuto si trova cos (B) = 5/13: ma questo è il rapporto tra BD e AB, quindi il triangolo ABD è retto in D.

secondo modo: applicando il teorema del coseno al triangolo ABD, dopo aver trovato cos (B) trovo AD = 12 a; ma 13, 12 e 5 sono una terna pitagorica, quindi il triangolo è rettangolo con AB ipotenusa.

<u>terzo modo (geometrico)</u>: Nota l'area di ABD (30 a^2), trovo l'altezza DH del triangolo ABD (doppia area fratto base): 60/13 a; applicando il tr. di Pitagora a BDH trovo BH (25/13 a); per differenza trovo AH (144/13 a); applicando Pitagora ad ADH trovo AD = 12 a: la conclusione è analoga a quella indicata nel secondo modo.

c)



A (0;12), B(-5;0), C(10;0), D(0;0), M(0;6), N(5/2; 6)

La parabola è del tipo y = a x^2 + b x + c; imponendo il passaggio per M, N e C si ottiene l'equazione: $y=-\frac{2}{25}x^2+\frac{1}{5}x+6$ che ha il vertice in V(5/4; 49/8)

Intersecando la parabola con la retta AC (di equazione $y=-\frac{6}{5}x+12$) si ottiene il punto P(15/2;10).

d)

Area regione AMNP =

$$\int_0^{15/2}\left(-\frac{6}{5}x+12+\frac{2}{25}x^2-\frac{1}{5}x-6\right)dx=\left[\frac{2}{75}x^3-\frac{7}{10}x^2+6x\right]_0^{15/2}=\frac{135}{8}$$

La seconda regione si ottiene per differenza tra l'area del triangolo ADC (uguale a 60) e quella appena trovata: 60- 135/8 = **345/8**.

Nella figura seguente facciamo vedere un ingrandimento dell'intersezione tra la parabola e la retta AC: