Ministero dell'Istruzione
America Latina
NUOVO ESAME DI STATO: Indirizzo **Scientifico**

Sessione ORDINARIA 2001

SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 dei 7 quesiti in cui si articola il questionario:

PROBLEMA 1.
In un piano, riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy), è assegnata la parabola p di equazione:

$$y=\frac{1}{2}x^2-x+1 \ .$$

Determinare le equazioni della retta t tangente alla parabola nel suo punto C di ascissa 0 e la retta s perpendicolare alla retta t e tangente alla parabola medesima.

Dopo aver controllato che la retta s e la parabola si toccano nel punto A(2, 1), trovare le equazioni delle circonferenze tangenti alla parabola nel punto A e tangenti alla retta t.

Indicata con k la circonferenza, tra quelle trovate, che non ha altri punti in comune con p, oltre ad A, e detto B il punto in cui questa circonferenza tocca la retta t, calcolare l'area della porzione finita di piano delimitata dal segmento BC, dal minore degli archi AB della circonferenza k e dall'arco AC della parabola p.

Chiamata r la retta tangente alla circonferenza k e strettamente parallela alla retta t e considerato il segmento parabolico che tale retta r individua sulla parabola p, calcolare il volume del solido da esso generato quando ruota di un giro completo attorno all'asse x.

PROBLEMA 2.
Una piramide di vertice V ha per base il triangolo ABC rettangolo in B. Lo spigolo VA è perpendicolare al piano della base e il piano della faccia VBC forma con lo stesso piano di

base un angolo di 60°. Inoltre lo spigolo BC è lungo $\frac{5}{2}$ a, dove a è una lunghezza data, e il volume della piramide è uguale a

$\frac{5}{\sqrt{3}}a^3$.

Calcolare la lunghezza dello spigolo VA.

Controllato che essa è $2a\sqrt{3}$, calcolare la distanza del vertice B dal piano della faccia VAC.

Determinare il prisma retto, avente il volume massimo, inscritto nella piramide in modo che una sua base sia contenuta nella base ABC della piramide.

Stabilire se tale prisma ha anche la massima area totale.

QUESTIONARIO

S_n rappresenta la somma di n numeri in progressione geometrica di ragione $\frac{3}{7}$ e primo termine $\frac{7}{3}$. Calcolare $\lim_{n\to\infty} S_n$.

Di due rette a, b dello spazio ordinario si sa soltanto che sono perpendicolari ad una stessa retta c. Elencare tutte le possibili posizioni reciproche delle rette a, b.

In un piano, riferito ad un sistema monometrico di assi cartesiani ortogonali, le due rette a, b hanno coefficienti angolari rispettivamente -1 e $\frac{1}{2}$. Calcolare il coseno dell'angolo orientato (a, b).

In un piano, riferito ad un sistema monometrico di assi cartesiani ortogonali (Oxy), è assegnato il luogo geometrico dei punti che soddisfano alla seguente equazione:

$2xy - (k-1)x + 4y - 2k + 1 = 0$,

dove k è un parametro reale.

Determinare per quali valori di k il luogo assegnato è:

un'iperbole;

una coppia di rette.

Determinare una primitiva della funzione $\frac{\ln x}{x}$, essendo $\ln x$ il logaritmo naturale di x.

Considerata la funzione reale di variabile reale f(x), dimostrare la formula che fornisce la derivata, rispetto ad x, della funzione $\frac{1}{f(x)}$ facendo ricorso alla definizione di derivata.

Calcolare la derivata, rispetto ad x, della funzione f(x) tale che:

$f(x) = \int_0^x t e^t \, dt$, con $x > 0$,

dove *e* è il numero di Nepero.

____

· Durata massima della prova: 6 ore.
· Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.
· È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.