(Buenos Aires - Lima)
NUOVO ESAME DI STATO: Indirizzo **Scientifico**
Sessione 2002 (suppletiva**)**
SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 dei 7 quesiti in cui si articola il questionario:

PROBLEMA 1.

In un piano, riferito ad un sistema monometrico di assi cartesiani ortogonali (Oxy), è assegnata la parabola p di equazione:

$$y = x^2 + x + 1 \, .$$

a) Condotte per il punto O le rette tangenti alla parabola, trovare le coordinate dei punti A e B di contatto.

b) Trovare le coordinate del punto C, situato da parte opposta di O rispetto alla retta AB, tale che il triangolo ABC sia isoscele e rettangolo in C.

c) Determinare l'equazione della circonferenza k avente il centro in C e passante per A.

d) Calcolare l'area della regione finita di piano delimitata dall'arco AB di parabola e dai segmenti CA e CB.

e) Determinare in quante parti la parabola p divide il cerchio delimitato da k.

PROBLEMA 2.

In un piano, riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy), sono assegnate le curve di equazione:

$$y = -x^3 + m\,x^2 - m + 3 \, ,$$

dome m è un parametro reale.

a) Dimostrare che le curve hanno due punti in comune.

b) Determinare, tra le curve assegnate, la curva γ avente un flesso nel punto di ascissa 1.

c) Per il punto A, di ascissa $\frac{1}{2}$, condurre le due rette tangenti a γ e indicare con B e C ($x_B > x_C$) i punti che tali rette tangenti hanno in comune con γ, oltre al punto A.

d) Sull'arco AB di γ trovare un punto P in modo che l'area del triangolo APB sia massima.

e) Calcolare la tangente dell'angolo formato dalle due suddette rette tangenti a γ.

QUESTIONARIO.

1. Una piramide si dice retta:
   A) se gli spigoli che concorrono nel suo vertice propriamente detto sono due a due perpendicolari;
   B) se almeno un angolo del poligono di base è retto;
   C) se l'altezza è perpendicolare alla base;
   D) per una ragione diversa dalle precedenti.

   Una sola risposta è corretta: individuarla.

2. Calcolare il volume di un ottaedro regolare, conoscendo la lunghezza s di un suo spigolo.

3. La cifra delle unità dello sviluppo della potenza 2^{2002} è:

   A) 2 ; B) 4 ; C) 6 ; D) 8 .

   Una sola risposta è corretta: individuarla e fornire un'esauriente spiegazione della scelta effettuata.

4. Considerata la seguente equazione in x:
$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$
   e indicate con x' ed x'' le sue soluzioni, calcolare il valore della seguente espressione:
$$\left(x'^2 + x''^2\right)^3 + \left(x'^2\, x''^2\right)^3 - (x' + x'') - x'\,x''.$$

5. Calcolare la derivata, rispetto ad x, della funzione: $f(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \sqrt{1-t^2}\, dt$.

6. Determinare il dominio di continuità e quello di derivabilità della funzione
$$f(x) = \sqrt[3]{x^2}\ .$$

7. Enunciare il teorema di De L'Hôpital e stabilire se può essere applicato per calcolare i seguenti limiti:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x + 3x}{\operatorname{sen} x + 2x}, \quad \lim_{x\to +\infty} \frac{\operatorname{sen} x + 3x}{\operatorname{sen} x + 2x}.$$

· Durata della prova: 6 ore.
· Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.
· È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.