

**SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO**  
**ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**  
**Sessione Suppletiva 2003**  
**Calendario australe**  
**SECONDA PROVA SCRITTA**  
**Tema di Matematica**

*Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.*

**PROBLEMA 1**

Considerate assegnate, nel piano riferito a coordinate cartesiane ortogonali e monometriche  $(x,y)$ , la parabola  $\lambda$  d'equazione:  $x^2 = 4(x - y)$  e la retta  $r$  d'equazione:  $2y = x + 3$ .

1. Verificate che  $\lambda$  e  $r$  non hanno punti di intersezione;
2. Trovate il punto  $P$  di  $\lambda$  che ha minima distanza da  $r$  e determinate altresì il valore di tale minima distanza;
3. Determinate l'area della regione finita di piano  $R$  che è delimitata da  $\lambda$  e dalla retta  $s$ , simmetrica di  $r$  rispetto all'asse  $x$ .

**PROBLEMA 2**

Tra i coni circolari retti circoscritti ad una sfera di raggio 6 cm, determinate:

1. il cono  $C$  di volume minimo e il valore, espresso in litri, di tale volume minimo.
2. il valore approssimato, in gradi sessagesimali, dell'angolo di apertura di  $C$ ;
3. il rapporto tra i volumi delle due sfere, inscritta e circoscritta a  $C$

**QUESTIONARIO**

1. Se è:  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 1$ , quale è il  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ ?
2. Spiegate perché la derivata di  $\sin x$  è  $\cos x$  e calcolate la derivata di ordine 725 di  $\sin x$
3. Considerate la curva  $y = x - \frac{1}{2x}$ : ci sono punti di essa dove la pendenza è 3? Se sì, determinateli.
4. Mostrate che le tangenti alla curva  $y = \frac{\pi \sin x}{x}$  in  $x = \pi$  e  $x = -\pi$  si intersecano ad angolo retto.
5. Provate che la funzione  $f(x) = x^4 + 3x + 1$  ha esattamente uno zero nell'intervallo  $[-2, -1]$ .
6. Mostrate che tra tutti i rettangoli di dato perimetro, quello di area massima è un quadrato.
7. Per quale o quali valori della costante  $k$  la curva  $y = x^3 + kx^2 + 3x - 4$  ha esattamente una tangente orizzontale.
8. Tra i coni circolari retti di apotema 6 dm quale è quello di capacità massima? Esprimete in litri tale capacità massima.

---

Durata massima della prova : 6 ore

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.  
E' consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.