

ESAME DI STATO: Indirizzo Scientifico
Americhe emisfero australe - Sessione suppletiva 2004
SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario. Tempo concesso: 6 ore.

Problema 1

Si riferisca il semicerchio S di raggio 2 ad un conveniente sistema di coordinate cartesiane ortogonali e monometriche xy e si determinino:

- a) le dimensioni del rettangolo R di area massima inscritto in S ;
- b) l'area di ciascuna delle 3 parti che, insieme ad R , compongono S ;
- c) un'approssimazione in gradi sessagesimali dell'angolo che ciascuna diagonale di R forma con il diametro di S e la misura del corrispondente arco staccato su S .

Problema 2

È assegnata la funzione determinata da

$$x = \frac{2}{\sqrt{y+1}}.$$

1. Si studi e si disegni il suo grafico γ .
2. Si calcoli l'area della regione R racchiusa tra γ , gli assi coordinati e la retta $y = 3$.
3. Si calcoli il volume del solido generato dalla rotazione completa di R intorno all'asse y .

Questionario

1. Si spieghi perché la superficie totale di un cilindro equilatero sta alla superficie della sfera ad esso circoscritta come 3 sta 4.
2. Si enunci il teorema di Lagrange o del valor medio; se ne illustri il significato geometrico, il legame col teorema di Rolle e le implicazioni ai fini della determinazione del grafico di una funzione.
3. Esiste una funzione $f(x)$ con un massimo relativo in $(1,2)$ e un minimo relativo in $(-1,3)$. Se sì, se ne può fornire un esempio?
4. L'equazione $e^x + 3x = 0$ ammette soluzioni reali? Quale ragionamento può seguirsi per rispondere al quesito?
5. Come si può trovare il

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$$

partendo dalla conoscenza che il

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 1?$$

6. Di una funzione $g(x)$, non costante, si sa che:

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3 \quad \text{e} \quad g(2) = 4.$$

Trovate una espressione di $g(x)$.

7. Calcolate:

$$\int_0^1 \arcsin x \, dx.$$

8. Siano dati gli insiemi

$$A = \{ \Phi, \Sigma, \Omega, \Psi \} \quad \text{e} \quad B = \{ a, b, c \};$$

quante sono le applicazioni (le funzioni) di A in B ?