

ESAME DI STATO: Indirizzo Scientifico
Americhe emisfero boreale - Sessione suppletiva 2004
SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario. Tempo concesso: 6 ore.

Problema 1

Tra i coni circoscritti ad una sfera di raggio 10 cm, si determini:

- a) il cono C di volume minimo e il valore, espresso in litri, di tale volume minimo;
- b) il valore approssimato, in gradi sessagesimali, dell'angolo del settore circolare che risulta dallo sviluppo piano della superficie laterale di C ;
- c) il rapporto tra i volumi delle due sfere, inscritta e circoscritta a C .

Problema 2

Sia S un semicerchio di raggio 2. Si introduca nel piano del semicerchio un sistema di coordinate cartesiane ortogonali e monometriche xy e si determinino:

- a) le dimensioni del rettangolo R di area massima iscritto in S e tale valore massimo;
- b) l'area di ciascuna delle 3 parti che con R compongono S ;
- c) un'approssimazione in gradi sessagesimali dell'angolo che ciascuna diagonale di R forma con il diametro di S e la misura del corrispondente arco staccato su S .

Questionario

1. Della funzione $f(x)$ si sa che

$$f''(x) = 2^x, \quad f'(0) = 0, \quad f(0) = \left(\frac{1}{\log 2}\right)^2.$$

Quale è $f(x)$?

2. Determinare la derivata della funzione \sqrt{x} usando la definizione.
3. Determinare un polinomio $P(x)$ tale che

$$P(0) = P(1) = 0, \quad P'(1) = 1 \quad \text{e} \quad \int_0^1 P(x) dx = 1.$$

4. Sia a un parametro reale e sia f una funzione definita da

$$(a-x)f(x-a) + f(a-x) = a-x, \quad \text{per ogni } x \in \mathbb{R}.$$

determinare f .

5. Nel piano Oxy l'equazione $x^2 - 100 = 0$ rappresenta:

- a) una parabola;
- b) la circonferenza di centro l'origine e raggio 10;
- c) l'unione di due rette parallele;
- d) il punto di intersezione di due rette.

Motivare la risposta.

6. Sapendo che

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 1,$$

trovare il

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x).$$

- 7. Si spieghi perché la derivata di $\sin x$ è $\cos x$ e si calcoli la derivata d'ordine 725 di $\sin x$.
- 8. Si dia un esempio di solido il cui volume sia 40π .