



MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Sessione Ordinaria 2004
Calendario australe
SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di Matematica

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

E' assegnata una piramide retta a base quadrata il cui spigolo laterale misura a.

Si determini:

1. la piramide P di volume massimo e il rapporto di questo con il volume del cubo di spigolo unitario.
2. di quanto si deve ridurre l'altezza di P per ridurre il volume del 10% mantenendo inalterata la forma della piramide
3. la capacità in litri della sfera circoscritta a P quando $a=1,2$ metri.

PROBLEMA 2

La curva λ e la retta r hanno equazioni rispettive:

$$\lambda : y = x^3 - 15x - 4$$

$$r : y = mx$$

1. Si denotino con A e B (A a sinistra di B) le intersezioni, nel secondo quadrante degli assi O_x e O_y, di λ con r, e con R ed S si denotino le regioni finite di piano così individuate: R delimitata da λ e dal segmento AB, S delimitata dall'asse x, da λ e dal segmento AO.
2. Si determini m in modo che R ed S siano equivalenti.
3. Si determini l'equazione della curva γ simmetrica di λ rispetto alla retta determinata al punto precedente.

QUESTIONARIO

1. Si dia un esempio di sistema lineare di due equazioni in due incognite compatibile, la cui soluzione è la coppia (-1, 2) e si esponga il ragionamento seguito.
2. Quale è la capacità massima di un cono circolare retto di apotema 12cm? Quale ne è il valore in litri?
3. Si dimostri che la derivata n-esima di un polinomio P(x) di grado n-1 è zero.
4. Si considerino gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{a, b, c\}$; quante sono le applicazioni (le funzioni) di A in B?
5. Se $f(x) = x^4 - 3x^3 - 9x^2 + 4$, quanti sono i numeri reali k per i quali è $f(k)=2$? Si illustri il ragionamento seguito per giungere alla risposta.
6. Nei saldi di fine stagione, un negozio ha diminuito del 25% il prezzo di listino di tutti gli articoli. Se il prezzo scontato di un abito è di 210 euro quale era il suo prezzo di listino?
7. Quante soluzioni reali ammette l'equazione $\cos x - \log x = 0$? C'è una radice positiva tra 1 e 2? Si illustri il ragionamento seguito.

8. Calcolare:

$$\int_0^{\pi} e^x \cos x dx$$

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è ammesso lasciare l'aula degli esami prima che siano trascorse tre ore dalla dettatura del tema