



# MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE

## SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Sessione Ordinaria 2006

Calendario australe

SECONDA PROVA SCRITTA

**Tema di Matematica**

*Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.*

### PROBLEMA 1

Il triangolo  $ABC$  è rettangolo in  $C$  ed è  $CB = m$ .

1. Posto  $\hat{A}BC = x$  e  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ , si esprima il raggio  $y$  del cerchio inscritto nel triangolo in funzione di  $t$ .
2. Si studi  $y = f(t)$  e se ne tracci il grafico senza tener conto dei limiti geometrici del problema; si denoti, poi, con  $\gamma$ , l'arco del grafico che corrisponde a tali limiti  $t_1$  e  $t_2$ .
3. Si determini il valore del parametro  $m$  in modo che l'area della regione delimitata da  $\gamma$  e dall'asse  $t$  fra  $t_1$  e  $t_2$  sia uguale a  $4 - \log 16$ .

### PROBLEMA 2

La somma di due numeri  $x$  e  $y$  è uguale al loro prodotto.

Riferito il piano ad un sistema di coordinate cartesiane ortogonali e monometriche  $(x,y)$ :

1. si trovi l'equazione cartesiana del luogo  $\gamma$  dei punti  $P(x,y)$  che soddisfano al problema;
2. Quali proprietà di simmetria di  $\gamma$  sono deducibili dalla commutatività della addizione e della moltiplicazione? Il luogo  $\gamma$  ha altre simmetrie?
3. si determini l'area della regione finita di piano del primo quadrante delimitata da  $\gamma$ , dagli assi coordinati e dalle rette  $x=2$  e  $y=5$  e se ne dia un valore approssimato.

## QUESTIONARIO

1. Si vogliono colorare, con colori diversi, le facce di un tetraedro e le facce di un cubo. In quanti modi ciò è possibile disponendo di dieci colori e prescindendo dal loro ordine?
2. La somma di due numeri è  $s$ ; determinate i due numeri in modo che la somma dei loro cubi sia minima.
3. Per quale o quali valori di  $x$ , con  $90^\circ < x \leq 450^\circ$ , è vero che: a)  $2\cos 5x=1$ ; b)  $2\cos 5x>1$ .
4. Fra tutti i coni circoscritti ad una data sfera, trovare quello di volume di volume minimo
5. E' assegnata l'equazione  $(m-1)x^2 - (m-5)x + m-1 = 0$ . Per quali valori del parametro  $m$  le radici appartengono all'intervallo  $[-2, -1]$ ?
6. Si dia una definizione del numero  $e$  di *Nepero* [nome latinizzato dello scozzese John Napier (1550-1617)] e si dimostri che la derivata di  $e^x$  è  $e^x$ ?
7. Scrivere l'equazione della retta passante per l'origine e tangente al grafico della funzione  $e^x$
8. Calcolare il volume di un tetraedro regolare di spigolo  $s$ . Se è  $s=30\text{cm}$ , quale è la capacità in litri del tetraedro?

---

Durata della prova: 6 ore.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.