

Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE
PIANO NAZIONALE INFORMATICA
Tema di: MATEMATICA

Problema 1

Si consideri la funzione:

$$y = \frac{2x^2 + ax + 3}{(x+1)^2}$$

dove a è un parametro reale.

1. Posto $a = 4$ si studi la C_4 in assi cartesiani ortogonali (Oxy).
2. Mediante una traslazione si assumano come nuovi assi di riferimento (OXY) gli asintoti della C_4 e si scriva la nuova equazione $Y = f(X)$ della C_4 .
3. Si calcoli quindi l'area della porzione di piano compresa tra la curva, l'asse X , la retta $X = 1$ e la retta $X = h$, essendo h un numero reale maggiore di 1. Si calcoli il limite di tale area per $h \rightarrow \infty$.
4. Si tracci C_5 , corrispondente ad $a = 5$, rispetto al sistema (Oxy). Le curve C_4 e C_5 hanno un punto comune A , appartenente ad un asse; si trovino le equazioni delle tangenti alle curve in A .

Problema 2

Data una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$, si prenda sul prolungamento di AB , dalla parte di B , un punto C tale che sia $BC = AB$.

Essendo P un punto della semicirconferenza:

1. Si esprima per mezzo di r e dell'ampiezza dell'angolo $x = \widehat{APB}$ il rapporto $y = \frac{\overline{CP^2}}{\overline{AP} \cdot \overline{PB}}$
2. Si studi nell'intervallo $[0, 2\pi]$ la funzione $y = f(x)$ espressa per mezzo di $\operatorname{tg} x$.
3. Si calcoli in gradi e primi (sessagesimali) il valore di x , nell'intervallo $0 < x < \pi/2$, per cui il rapporto y assume valore minimo.
4. Si calcoli l'area della regione finita di piano delimitata dalla curva rappresentativa della funzione $y = f(x)$, dell'asse delle ascisse e dalle rette di equazione $x = \pi/4$ e $x = \pi/3$.

Questionario

1. Si calcoli il limite della funzione $y = \frac{\log(x+3) - \log(2x+1)}{x^2 + x - 6}$, quando x tende a 2.
2. Si calcoli il valore medio della funzione $y = |1 - x^2|$ nell'intervallo $-2 \leq x \leq 3$.
3. Data la funzione $y = \sqrt{1 - x^2}$, si stabilisca se sono verificate le condizioni di validità del teorema di Rolle nell'intervallo $-1 \leq x \leq 1$ e, in caso affermativo, si trovi il punto in cui si verifica la tesi del teorema.
4. Si consideri la seguente proposizione: “Una piramide è retta se la verticale calata dal vertice cade entro il poligono di base”. Si dica se è vera o falsa e si motivi esaurientemente la risposta.
5. La regione finita di piano delimitata dalla curva di equazione $y = \sqrt{\sin x}$ e dall'asse x nell'intervallo $0 \leq x \leq \pi$ è la base di un solido S le cui sezioni ottenute con piani perpendicolari all'asse x sono tutte quadrati. Si calcoli il volume di S .
6. Si verifichi che la curva di equazione $y = \frac{x-1}{x-2}$ è simmetrica rispetto all'intersezione dei suoi asintoti.
7. Si inscriba in una sfera di raggio r il cilindro di volume massimo.
8. È più probabile ottenere almeno un 6 lanciando quattro volte un dado o ottenere almeno un 12 lanciando ventiquattro volte due dadi?
9. Si enunci il quinto postulato di Euclide e si descriva qualche modello di planimetria non euclidea.
10. Si trovi per quali valori di k ammetta soluzione l'equazione trigonometrica: $\sin x + \cos x = k$.