M557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

PROBLEMA 1

Rispetto ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy) si consideri il punto A(2,0).

1. Si scriva l'equazione del luogo dei punti del piano che verificano la condizione:

$$\overline{PO}^2 + 2\overline{PA}^2 = 8,$$

controllando che si tratta di una circonferenza di cui si calcolino le coordinate del centro e il raggio.

2. Si determini l'ampiezza dell'angolo acuto formato dalla retta OB con la tangente alla circonferenza in B, essendo B il punto della curva avente la stessa ascissa di A e ordinata positiva.
3. Si scriva l'equazione della parabola cubica $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ che presenta, nell'origine, un flesso con tangente orizzontale e passa per B; si studi tale funzione e si tracci il suo grafico C.
4. Si calcoli l'area della regione finita di piano limitata dal segmento OB e dall'arco OB della suddetta parabola cubica.

PROBLEMA 2

Si consideri la funzione:

$$f(x) = e^{3x} + 2e^{2x} - 3e^{x}$$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico C, su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy).
2. Si determinino le coordinate del punto A, in cui la curva C incontra la curva C' rappresentativa dell'equazione $y = e^x$.
3. Si scrivano l'equazione della tangente alla curva C nell'origine e l'equazione della tangente alla curva C' nel punto A.
4. Si calcoli l'area della superficie piana, delimitata dalla curva C, dall'asse x e dalla retta di equazione x=log3.

M557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Si calcoli il limite della funzione $\frac{x^2 \cos x}{x^2 - \operatorname{sen}^2 x}$, quando x tende a 0.
2. Si determini il campo di esistenza della funzione y=arcsen(tgx), con $0 \le x \le 2\pi$.
3. Si calcoli il valore medio della funzione $y=\operatorname{tg}^2 x$, nell'intervallo $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$.
4. Si provi che per la funzione $f(x)= x^3-8$, nell'intervallo $0 \le x \le 2$, sono verificate le condizioni di validità del teorema di Lagrange e si trovi che il punto in cui si verifica la tesi del teorema stesso.
5. Fra tutti i triangoli isosceli inscritti in una circonferenza di raggio r, si determini quello per cui è massima la somma dell'altezza e del doppio della base.
6. Si consideri la seguente proposizione: "Il luogo dei punti dello spazio equidistanti da due punti distinti è una retta". Si dica se è vera o falsa e si motivi esaurientemente la risposta.
7. Sia data la funzione:

   $$f(x) = \begin{cases} x \operatorname{arctg} \frac{1}{x} & \text{per } x \neq 0 \\ 0 \quad \text{per } x = 0 \end{cases}$$

   Si dica se essa è continua e derivabile nel punto di ascissa 0.
8. Si determini l'area della regione piana limitata nella curva di equazione $y=e^x$, dalla curva di equazione $y=x^3$ e dalle rette x=0 e x=1.
9. Si determinino le equazioni degli asintoti della curva $f(x) = \frac{2x^2+3}{x+2}$.
10. Si risolva la disequazione $\binom{x}{3} > \frac{15}{2}\binom{x}{2}$.