*MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA*

**SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO**

ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Sessione Ordinaria 2008
Calendario australe
SECONDA PROVA SCRITTA
**Tema di Matematica**

*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.*

PROBLEMA 1

L'ellisse $\Sigma$ ha equazione $x^2 + 4y^2 = 4$ e $P(a, b)$, con $b \geq 0$ , è un suo punto.

1. Si determini l'equazione della tangente a $\Sigma$ in $P$ e se ne indichi con $Q$ l'intersezione con l'asse $y$.
2. Si determini l'equazione cartesiana del luogo geometrico $\Omega$ descritto dal punto medio $M$ del segmento $PQ$ al variare di $P$.
3. Si studi e si rappresenti $\Omega$ avendo trovato che la sua equazione è: $y = \frac{2-x^2}{2\sqrt{1-x^2}}$

PROBLEMA 2

Il trapezio $ABCD$ è isoscele e circoscritto ad un cerchio di raggio 1. Si ponga la base minore $CD = 2x$

1. Si provi che è: $AB = \frac{2}{x}$
2. Si dimostri che il volume del solido, ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore, assume il valore minimo per $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
3. In corrispondenza di tale valore di x, si calcoli l'area del quadrilatero avente per vertici i quattro punti in cui il trapezio è tangente al cerchio.

QUESTIONARIO

1. Le misure dei lati di un triangolo sono 10, 24 e 26 *cm* . Si calcolino, con l'aiuto di una calcolatrice, le ampiezze degli angoli del triangolo approssimandole in gradi e primi sessagesimali.
2. Si calcoli e si interpreti geometricamente l'integrale definito:
$$\int_{-1}^{+1} \frac{1}{1+x^2}\,dx$$
3. La capacità di una damigiana di vino è pari a quella del massimo cono circolare retto inscritto in una sfera di raggio *60 cm*. Si dica quanti *litri* di vino la damigiana può contenere.
4. Si dia un esempio, almeno, di polinomio *P(x)* il cui grafico tagli la retta $y = 3$ in 3 punti distinti.
5. Quanti sono i numeri di quattro cifre (distinte tra loro) che è possibile scrivere utilizzando le cifre dispari?
6. Si determinino le costanti a.b,c in modo che le curve di equazioni
$$f(x) = x^2 + ax + b \quad \text{e} \quad g(x) = x^3 + c$$
siano tangenti nel punto A(1, 0). Si determini l'equazione della tangente comune.
7. Il cono W e il cilindro T, circolari retti, hanno uguale raggio *r* di base e uguale altezza h. Si calcoli il limite del rapporto delle rispettive superfici totali al tendere di *r* a zero.
8. Si provi che le espressioni
$$y = 2\,sen\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \quad \text{e} \quad y = \sqrt{3}\,senx + \cos x$$
definiscono la stessa funzione *f* . Di *f* si precisi: dominio, codominio e periodo.

---

Durata della prova: 6 ore.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.