Scuole italiane all'estero (Calendario australe) 2008- Suppletiva

Problema 1

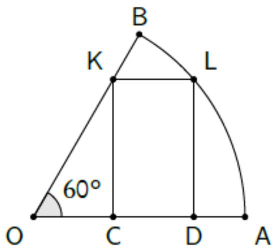
Un'ellisse Σ ha gli assi di lunghezza 4 e 2 e i fuochi sull'asse delle ascisse.

a) Si determini l'equazione canonica di Σ e si inscriva in essa il rettangolo di area massima.
b) Detto P(x, y) un punto di Σ con y > 0, si esprima in funzione di x la somma f (x) delle coordinate di P. Si studi f (x) e se ne tracci il grafico γ.
c) Sia R l'insieme piano delimitato da γ, dall'asse delle x, dalle rette x=0 e x=2. Si calcoli il volume del solido generato da R in una rotazione completa attorno all'asse x.

Problema 2

È assegnato il settore circolare AOB con $\overline{OB} = \overline{OA} = r$ e $A\hat{O}B = 60°$.

a) Sia CDLK il rettangolo inscritto nel settore circolare con il lato CD su OA. Si esprimano in funzione di $A\hat{O}L = x$ le dimensioni del rettangolo.
b) Si determini per quale valore di x il rettangolo ha area massima.
c) Il settore AOB è la base di un solido S le cui sezioni, ottenute tagliando S con piani ortogonali al lato OA sono tutte quadrati. Si calcoli il volume di S.



Questionario

1. Le misure dei lati di un triangolo sono 30, 70 e 90 cm. Si calcolino, con l'aiuto di una calcolatrice, le ampiezze degli angoli del triangolo approssimandole in gradi e primi sessagesimali.
2. Si dimostri che le espressioni $y = 2sen\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 2$ e $y = senx - \sqrt{3}cosx - 2$ definiscono la stessa funzione f . Di f si precisi: dominio, codominio e periodo.
3. Si diano esempi di funzioni i cui grafici presentano un asintoto verticale e un asintoto orizzontale.
4. Si enunci il teorema del *valor medio* o di *Lagrange* e se ne illustrino il legame con il teorema di *Rolle* e le implicazioni ai fini della determinazione della crescenza o decrescenza delle funzioni.
5. Si dimostri che l'equazione $x^9 - 9x + 9 = 0$ ha una sola radice reale.
6. Quanti sono i numeri di quattro cifre (distinte tra loro) che è possibile scrivere utilizzando le cifre pari, diverse da zero?
7. Fra tutti i cono circoscritti ad una data sfera, si trovi quello che ha volume minimo.
8. Si determini k in modo che valga 4/3 l'area dell'insieme piano delimitato dall'asse x e dalla parabola d'equazione $y = -x^2 + kx$.