

**Problema 1**

Sia data la parabola di equazione:

$$y = ax^2 + bx + c$$

1. Si determinino  $a, b, c$ , in modo che la parabola passi per i punti  $A(0, -6)$ ,  $B(1,0)$  e nel punto  $B$  sia tangente alla retta di coefficiente angolare 5.
2. Si determinino le misure dei lati del rettangolo di perimetro massimo inscritto nel segmento parabolico limitato dalla parabola e dall'asse  $x$ .
3. Trovato questo rettangolo ed essendo  $M$  ed  $N$  i due suoi vertici che stanno sulla parabola, si calcoli in gradi e primi (sessagesimali) l'ampiezza dell'angolo acuto formato dalle due tangenti alla parabola in  $M$  e  $N$ .
4. Si calcoli il rapporto tra i volumi dei solidi generati in una rotazione attorno all'asse  $x$  dal segmento parabolico e dal rettangolo di perimetro massimo considerato.

**Problema 2**

Si consideri la funzione:

$$f(x) = \log \frac{x+1}{x^2+2}$$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico  $\gamma$ , su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali  $(Oxy)$ .
2. Si scriva l'equazione della tangente alla curva  $\gamma$  nel punto d'intersezione con l'asse  $y$ .
3. Si studi la funzione  $g(x) = e^{f(x)}$  e se ne tracci il grafico  $\Gamma$ .
4. Si calcoli l'area della superficie piana, delimitata dalla curva  $\Gamma$ , dagli assi cartesiani e dalla retta di equazione  $x = \sqrt{2}$ .

**Questionario**

1. Si determinino le costanti  $a$  e  $b$  in modo che la funzione:  $F(x) = a \cos x + b \cos^3 x$ , sia una primitiva della funzione  $f(x) = 3 \operatorname{sen} x - 2 \operatorname{sen}^3 x$ .
2. Si determinino le equazioni degli asintoti della curva  $f(x) = \operatorname{arctg} x - \frac{x}{1+x^2}$ .
3. Fra tutti i cilindri inscritti in un cono circolare retto, avente raggio di base  $r$  e altezza  $h$ , si trovi quello di volume massimo.
4. Si consideri la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + \frac{\sqrt{4x^2}}{x}, & \text{per } x \neq 0 \\ 2 & \text{per } x = 0 \end{cases}$$

Se ne studi la continuità nel punto  $x = 0$  e poi si tracci il suo grafico.

5. Si consideri la seguente proposizione: "Due piani  $\alpha$  e  $\beta$  sono tra loro perpendicolari se e solo se ogni retta di  $\alpha$  è perpendicolare ad ogni retta di  $\beta$ ". Si dica se è vera o falsa e si motivi esaurientemente la risposta.
6. Si determini, in base alla definizione, la derivata della funzione  $f(x) = \operatorname{sen}^2 x$  in  $x = \frac{\pi}{4}$ .
7. Si provi che alla funzione  $f(x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{sen} x$ , nell'intervallo  $0 \leq x \leq \pi$ , non è applicabile il teorema di Rolle.
8. Si calcoli il valore medio della funzione  $y = \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1}$ , nell'intervallo  $0 \leq x \leq 1$ .
9. Si determini il campo di esistenza della funzione  $y = \log(\sqrt{x^2 - 2x} - x + 4)$ .
10. Si calcoli il limite della funzione  $\frac{e^{\operatorname{sen} x} - \cos x}{e^{\cos x} - e \log(x+e)}$ , quando  $x$  tende a 0.