# ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Indirizzo: ________________

## CORSO DI ORDINAMENTO
Sessione suppletiva 2008

Tema di MATEMATICA

***Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 dei 10 quesiti del questionario.***

**PROBLEMA 1**

Dato un quadrante AOB di cerchio, di centro O e raggio 2, si consideri sull'arco AB un punto P.

1. Si esprima in funzione di $t = tg\frac{x}{2}$ $(con \quad x = B\hat{O}P)$ l'area del quadrilatero OMPN, essendo M ed N i punti medi dei raggi OA e OB.
2. Si studi la funzione f(t) così ottenuta e si tracci il suo grafico $\gamma$, indipendentemente dai limiti posti dal problema geometrico.
3. Si dica per quale valore di x l'area del quadrilatero assume valore massimo.
4. Si calcoli l'area della parte finita di piano compresa tra la curva $\gamma$ e l'asse x.

**PROBLEMA 2**

Si consideri la funzione:

$$y = \operatorname{sen}x(2\cos x + 1).$$

1. Tra le sue primitive si individui quella il cui diagramma $\gamma$ passa per il punto $P(\pi,0)$.
2. Si rappresenti graficamente la curva $\gamma$ nell'intervallo $0 \le x \le 2\pi$ e si dimostri che essa è simmetrica rispetto alla retta $x = \pi$.
3. Si scrivano le equazioni della retta tangenti alla curva nei suoi due punti A e B di ascisse $\pi/2$ e $3\pi/2$ e si determini il loro punto d'intersezione C.
4. Si calcoli l'area della parte finita di piano compresa tra la curva e le due suddette tangenti.

## QUESTIONARIO

1. Si determini la distanza delle due rette parallele:
$$3x + y - 3\sqrt{10} = 0, \qquad 6x + 2y + 5\sqrt{10} = 0 .$$
2. Un trapezio rettangolo è circoscritto ad una semicirconferenza di raggio r in modo che la base maggiore contenga il diametro. Si calcoli in gradi e primi (sessagesimali) l'ampiezza x dell'angolo acuto del trapezio, affinché il solido da esso generato in una rotazione completa attorno alla base maggiore abbia volume minimo.
3. Si determinino le equazioni degli asintoti della curva:
$$f(x) = -x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2} .$$
4. Si calcoli il limite della funzione:
$$\frac{\cos x - \cos 2x}{1 - \cos x},$$
quando x tende a 0.
5. Si calcoli il valore medio della funzione $f(x) = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$ nell'intervallo 0 ≤ x ≤ 1.
6. Si sechi il solido di una sfera con un piano, in modo che il circolo massimo sia medio proporzionale fra le superficie appianate delle calotte nelle quali rimane divisa la sfera.
7. La regione finita di piano delimitata dalla curva di equazione $y = e^{x/2}(x+1)$ e dall'asse x nell'intervallo 0 ≤ x ≤ 1 è la base di un solido S le cui sezioni sono tutte esagoni regolari. Si calcoli il volume di S.
8. Si stabilisca per quali valori del parametro reale k esiste una piramide triangolare regolare tale che k sia il rapporto fra il suo apotema e lo spigolo di base.
9. Si scriva l'equazione della tangente al diagramma della funzione:
$$f(x) = (x^2 + 1)^{senx}$$
nel punto P di ascissa x = $\pi/2$.
10. Dato un sistema di riferimento cartesiano (ortogonale monometrico) in un piano, si dica che cosa rappresenta l'insieme dei punti P($1+t^2$, $1+t^2$), ottenuto al variare di t nei reali.

---

Durata massima della prova: 6 ore.
È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.
Non è ammesso lasciare l'aula degli esami prima che siano trascorse tre ore dalla dettatura del tema.