

*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.*

#### PROBLEMA 1

E' assegnata la parabola  $\lambda$  d'equazione  $x^2 - 2y = 0$

1. Si disegni  $\lambda$ . Si determinino il fuoco e la direttrice illustrandone le rispettive proprietà.
2. Siano:  $A(-2, 2)$  e  $B(2, 2)$ . Si calcoli l'area del segmento parabolico  $S$  di base  $AB$ .
3. Si determini la retta  $y = k$  che dimezza l'area di  $S$ .
4. Si calcoli il volume del solido ottenuto dalla rotazione di  $S$  attorno alla retta  $AB$

#### PROBLEMA 2

Sia  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

1. Si determinino  $a, b, c$  e  $d$  di modo che il grafico  $\Gamma$  di  $p(x)$  abbia nei punti  $F(1, -2)$  e  $M(2, -4)$  rispettivamente il punto di flesso e il punto di minimo.
2. Verificato che è  $p(x) = x^3 - 3x^2$ . Si disegni  $\Gamma$ .
3. Si determini il polinomio  $q(x)$  il cui grafico è simmetrico di  $\Gamma$  rispetto all'asse  $x$ .
4. Si determinino le aree di ciascuna delle due regioni che  $\Gamma$  delimita con la retta per  $F$  parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante.

#### QUESTIONARIO

1. Si risolva la seguente equazione:  $\sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x = 3^x$
2. Dopo aver illustrato il significato di funzione inversa si dica, motivando la risposta, se è vero che:  $\arcsin(\sin 2\pi/3) = 2\pi/3$
3. Sia  $t$  una retta e  $P$  un punto non appartenente ad essa. Si dimostri che le circonferenze di assegnato raggio  $r$ , passanti per  $P$  e con centro su  $t$  sono al più due
4. Si determinino  $a$  e  $b$  in modo che il diagramma della funzione  $f(x) = \frac{ax^2+bx}{2x-5}$  abbia come asintoto obliquo la retta di equazione  $y = 3x + 2$ .
5. Una piramide di altezza  $h$  viene secata con un piano  $\alpha$  parallelo al piano  $\beta$  della base in modo da ottenere un tronco di piramide il cui volume è  $7/8$  del volume della piramide. Qual è la distanza tra  $\alpha$  e  $\beta$ ?
6. Si disegni il grafico della funzione:  $y = |\log(x - 1)|$
7. Si determini, motivando la risposta, il periodo della funzione:  $y = \sin(2x + 3)$ .
8. In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani  $Oxy$  si tracci il diagramma del luogo dei punti  $P$  del quarto quadrante che hanno dall'origine una distanza quadrupla di quella che hanno dal punto  $(2, 0)$ .