



**MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA
SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (EUROPA)**

ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

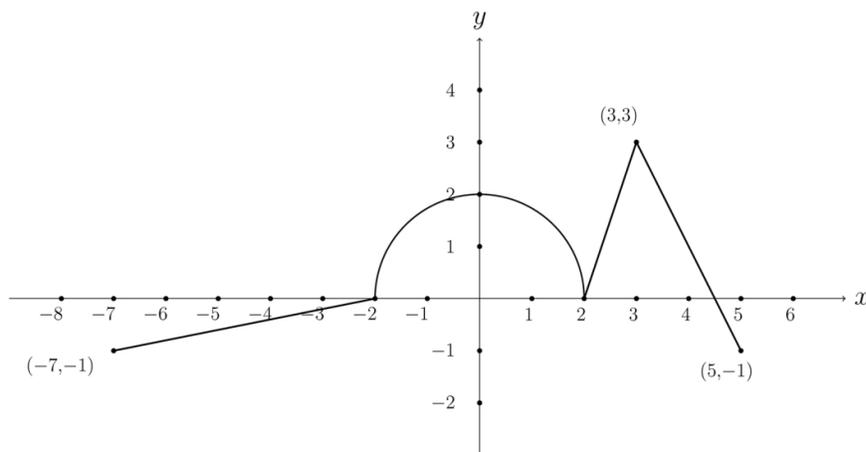
Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

La funzione f è definita e derivabile sull'intervallo chiuso $[-7, 5]$ ed è $f(0) = 5$. Il grafico di $y = f'(x)$, la derivata di f , consiste di tre segmenti e una semicirconfenza di raggio 2 e centro in O , come indicato nella figura sotto.



1. Si determinino $f(3)$ e $f(-2)$.
2. Si determinino le ascisse di ciascun punto di flesso del grafico di $y = f(x)$, illustrando il ragionamento seguito.
3. La funzione g è definita da $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2$. Si determinino le ascisse, con $-7 < x < 5$, dei punti critici di g , specificando se si tratta di massimo, di minimo o nè l'uno nè l'altro ed esponendo il ragionamento seguito.

PROBLEMA 2

Si consideri l'arco AB , quarta parte di una circonferenza di centro O e raggio 1.

1. Sia C un punto di AB , M il punto medio della corda AC e D il punto di incontro delle rette OM e BC . Si provi che il triangolo CMD è rettangolo isoscele qualunque sia la scelta di C sull'arco AB , e, successivamente, si esprima in funzione di $x = AC$ il rapporto $\frac{CD^2}{AM^2 + OA^2}$ controllando che risulta:

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 4}$$

2. Si studi la funzione $f(x)$, si tracci il suo grafico indipendentemente dai limiti geometrici e, indicato con γ il ramo appartenente al primo quadrante, si dica se esiste su γ un punto di ordinata massima e, in caso affermativo, lo si determini.
3. Si calcoli l'area della regione finita di piano limitata da γ e dalla retta r , tangente al grafico di $f(x)$ nel suo punto T di ascissa 2.

QUESTIONARIO

1. Quante sono tutte le funzioni iniettive da un insieme A di n elementi in un insieme B di m elementi?
2. Tra tutti i settori circolari che hanno un perimetro di 100 metri, si determini quello di area massima.
3. Sia R la regione del piano racchiusa tra il grafico di $y = \sqrt{x-1}$, la retta $x = 10$ e l'asse x . Si trovi il volume del solido generato da R nella rotazione attorno alla retta $y = -1$.
4. Si determini l'equazione della normale alla curva $y = e^{-x}$ nel suo punto di ascissa $x = \ln 4$.
5. Fra tutti i parallelepipedi a base quadrata con diagonale di misura d , si determini quello di volume massimo.
6. Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x) + 3x}{\sin(5x)}$$

7. Sia AB un segmento di lunghezza $20dm$. Si determini il luogo dei punti C dello spazio tali che \hat{ABC} sia retto e \hat{BAC} misuri 60° .
8. Quanti sono i numeri di 6 cifre che contengono: 2 volte esatte la cifra 1, 2 volte esatte la cifra 2 e non contengono la cifra 0?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.