Ministero dell'Istruzione, dell' Università e della Ricerca

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Un trapezio isoscele è circoscritto ad una semicirconferenza di raggio 1, in modo che la base maggiore contenga il diametro.

1. Si calcoli, in funzione dell'ampiezza x del suo angolo acuto, l'area della superficie del trapezio, controllando che risulta:

$$S(x) = \frac{2 - \cos x}{senx}$$

2. Si studi la funzione S(x) e si tracci il suo grafico γ nell'intervallo $0 < x < 2\pi$ mettendo in evidenza la parte di grafico compatibile con i dati del problema.
3. Si scelga a caso un punto all'interno del trapezio e si determini la probabilità p(x) che tale punto risulti interno al semicerchio inscritto. Si studi la funzione p(x) e si tracci il suo grafico ω nell'intervallo $0 \le x \le \pi / 2$.
4. Si calcoli il valore medio della funzione p(x) nell'intervallo $0 \le x \le \pi / 2$.

PROBLEMA 2

Si consideri la funzione:

$$f(x) = arctgx - \frac{x}{1 + x^2}$$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico γ, su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali *Oxy*.
2. Si verifichi che i tre punti di flesso di γ sono allineati e si scriva l'equazione della retta alla quale essi appartengono.
3. Si scrivano le equazioni delle tangenti inflessionali, si dimostri che due di esse sono parallele e si calcoli la loro distanza.
4. Si calcoli l'area della superficie piana, delimitata dalla curva γ, dall'asse x e dalle rette di equazione $x = 1$ *e* $x = \sqrt{3}$.

Ministero dell'Istruzione, dell' Università e della Ricerca

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Si divida il segmento $AB = a$ in due parti *AC e CB,* in modo che, costruito su *AC* il quadrato *ACDE* e su *CB* il triangolo equilatero *CBF*, sia minima l'area del pentagono *ABFDE.*
2. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} senx \cdot \log(sen2x), & per \quad 0 < x < \pi/2, \\ 0 & , per\ x = 0, \end{cases}$$

si provi che è continua, ma non derivabile, nel punto $x = 0$.

3. Si scriva l'equazione della tangente al diagramma della funzione:

$$f(x) = (x+2)^{\log(e+2x)}$$

nel punto P (0, 2).

4. La superficie piana S, delimitata dalla curva γ di equazione $y = 1 + tgx$ e dall'asse *x* nell'intervallo $0 \leq x \leq \pi/4$ è la base di un solido Σ, le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse *x*, sono tutte triangoli equilateri. Si calcoli il volume di Σ.
5. Mentre corre con una velocità costante attraverso il deserto, montando il suo fido cammello, un capo tuareg vede la cima di una grande palma e dirige direttamente verso di essa. Al primo avvistamento la cima della palma si presentava con un angolo di elevazione di 4°; venti minuti più tardi l'angolo di elevazione misura 9°. Quanti minuti sono ancora necessari al tuareg per raggiungere l'albero?
6. Si determinino i coefficienti dell'equazione $y = \frac{ax^2 + 4}{bx + 2}$ perché la curva rappresentativa ammetta asintoto di equazione $y = x + 2$.
7. Tenuto conto che:

$$\log 2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + senx} dx$$

si calcoli un'approssimazione di log2, utilizzando uno dei metodi di integrazione numerica studiati.

8. Sia C la curva d'equazione $y = x^2 - 2x + 4$, e sia G la curva simmetrica di C rispetto all'asse y. Qual è l'equazione di G?
9. Si determini la probabilità che nel lancio di due dadi si presenti come somma un numero dispari. Lanciando 5 volte i due dadi, qual è la probabilità di ottenere come somma un numero dispari almeno due volte?
10. Si scelga a caso un punto all'interno di un parallelogramma, avente i lati lunghi rispettivamente 8m e 6m e gli angoli acuti di 30°. Si determini la probabilità che la sua distanza da ogni vertice sia maggiore di 2m.

Durata massima della prova: 6 ore.
È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.
Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siamo trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

$$$$$21145
$$$$$21145
$$$$$21145

Ministero dell'Istruzione, dell' Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Un trapezio isoscele è circoscritto ad una semicirconferenza di raggio 1, in modo che la base maggiore contenga il diametro.

1. Si calcoli, in funzione dell'ampiezza x del suo angolo acuto, il volume del solido generato dal trapezio in una rotazione di 180° intorno alla congiungente dei punti medi delle basi, controllando che risulta:

$$V(x) = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{\cos^2 x - 3\cos x + 3}{sen^2 x}$$

2. Si studi la funzione $f(x) = 3V(x)/\pi$ e si tracci il suo grafico γ nell'intervallo $0 < x < 2\pi$, mettendo in evidenza la parte di grafico compatibile con i dati del problema.

3. Si scriva l'equazione della tangente a γ nel punto di ascissa $x = \pi/2$ e si calcoli l'area del triangolo che essa determina con l'asse x e con la retta di equazione $x = \pi$.

4. Si calcoli l'area della superficie piana, delimitata dalla curva γ, dall'asse x e dalle rette di equazione $x = \pi/4$ e $x = \pi/2$.

PROBLEMA 2

Si consideri la funzione:

$$f(x) = x\sqrt{2-x}$$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico γ, su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali *Oxy*.

2. Si risolva la disequazione:

$$x\sqrt{2-x} < 1$$

3. Si scriva l'equazione della tangente alla curva γ nel punto di intersezione con l'asse y e si calcoli in gradi e primi (sessagesimali) l'ampiezza dell'angolo φ che essa forma con la direzione positiva dell'asse x.

4. La regione finita di piano delimitata dalla curva γ e dall'asse x nel I quadrante è la base di un solido S, le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse x, sono tutte esagoni regolari. Si calcoli il volume di S.

Sessione suppletiva 2012 $$$$$.2.1/1
Seconda prova scritta *$$$$$21155*
$$$$$21155
$$$$$21155
$$$$$21155

Ministero dell'Istruzione, dell' Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Si divida il segmento $AB = a$ in due parti *AC e CB,* in modo che, costruito su *AC* il quadrato *ACDE* e su *CB* il triangolo equilatero *CBF*, sia minima l'area del pentagono *ABFDE.*
2. Data la funzione:
$$f(x) = \begin{cases} senx \cdot \log(sen2x), & per \quad 0 < x < \pi/2, \\ 0 & , per \quad x = 0, \end{cases}$$
si provi che è continua, ma non derivabile, nel punto *x* = 0.
3. Si scriva l'equazione della tangente al diagramma della funzione:
$$f(x) = (x+2)^{\log(e+2x)}$$
nel punto P (0, 2).
4. La superficie piana S, delimitata dalla curva γ di equazione $y = 1 + tgx$ e dall'asse *x* nell'intervallo $0 \le x \le \pi/4,$ è la base di un solido Σ, le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse *x*, sono tutte triangoli equilateri. Si calcoli il volume di Σ.
5. Mentre corre con una velocità costante attraverso il deserto, montando il suo fido cammello, un capo tuareg vede la cima di una grande palma e dirige direttamente verso di essa. Al primo avvistamento la cima della palma si presentava con un angolo di elevazione di 4°; venti minuti più tardi l'angolo di elevazione misura 9°. Quanti minuti sono ancora necessari al tuareg per raggiungere l'albero?
6. Si determinino le equazioni degli asintoti della curva:
$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3} - x$$
7. Un ottaedro regolare di alluminio (densità ρ = 2,7 g/cm^3), avente lo spigolo l = 5 cm, presenta all'interno una cavità di forma cubica. Sapendo che la massa dell'ottaedro è m = 155 g, si calcoli la lunghezza dello spigolo della cavità.
8. Quante diagonali ha un poligono convesso di n lati?
9. Si calcoli il valore medio della funzione:
$$y = \frac{1}{x^2}$$
nell'intervallo $a \le x \le b,$ con 0 < *a* < *b*, e si dimostri che esso è uguale alla media geometrica tra i due valori che la funzione assume nei due estremi dell'intervallo.
10. Data la funzione:
$$f(x) = \frac{x^2 - x - 4}{x - 1}$$
si verifichi che esiste un solo punto ξ interno all'intervallo chiuso [-1,0], tale che la tangente al diagramma in questo punto è parallela alla corda congiungente i due punti estremi del diagramma.

Durata massima della prova: 6 ore.
È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.
Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.