



MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA
SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (EUROPA)

ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

In un riferimento cartesiano Oxy siano C_1 e C_2 le circonferenze di equazioni

$$x^2 + y^2 + 4x = 12 \quad e \quad x^2 + y^2 - 4x = 12$$

1. Si determinino le coordinate dei punti A e B comuni alle due circonferenze e si calcoli l'area della regione di piano Σ comune ai due cerchi.
2. Fra tutti i rettangoli inscritti in Σ e aventi i lati paralleli agli assi cartesiani, si determini quello di perimetro massimo.
3. Si calcoli il volume del solido generato dalla rotazione di Σ attorno all'asse x .
4. Scelto un punto P su C_1 , si indichi con Q l'ulteriore intersezione di C_2 con la retta PA e si provi che il triangolo PQB è equilatero. Si determini la posizione di P affinché il triangolo abbia lato massimo.

PROBLEMA 2

Sia f la funzione definita da $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ per tutti i numeri reali $x > 0$

1. Si studi f e se ne tracci il grafico Φ indicando le coordinate degli eventuali punti di massimo, di minimo o di flesso.
2. Si scriva l'equazione della tangente a Φ nel punto $x = e^2$
3. Si calcoli l'area della parte di piano delimitata da Φ e dall'asse x sull'intervallo $[1, 4]$ e, con l'aiuto di una calcolatrice, se ne dia il valore arrotondato con due cifre decimali.
4. Si disegni la curva simmetrica di Φ rispetto all'asse y e se ne scriva l'equazione. Similmente si faccia per la curva simmetrica di Φ rispetto alla retta $y = x$.

QUESITI

1. Dato un triangolo ABC , si indichi con M il punto medio del lato BC . Si dimostri che la mediana AM è il luogo geometrico dei punti P del triangolo, tali che i triangoli ABP e ACP hanno aree uguali.
2. In un libro si legge: “Ogni misura di grandezza implica una nozione approssimativa di numero reale”. Si chiede di spiegare, eventualmente con qualche esempio, il significato di tale frase.
3. Si verifichi l'identità: $2\cot g(2\alpha) + tg\alpha = \cot g\alpha$
4. E' appropriato definire una *retta tangente* a una curva C in un punto P di C come una retta che ha un solo punto in comune con C ? Si motivi esaurientemente la risposta.
5. Si faccia un esempio di una funzione, definita per tutti i numeri reali x , che sia priva di derivata:
 - a) in un certo punto;
 - b) in più punti;
 - c) in infiniti punti.
6. Un cono rotondo ha altezza $h = 5dm$ e raggio $r = 3dm$. Si vuole diminuire la prima di quanto si aumenta il secondo in modo che il volume del cono aumenti del 30 %. Si dica se la questione ammette soluzioni e, in caso affermativo, si dica quali sono.
7. Si vogliono costruire con un determinato materiale, delle scatole, senza coperchio, aventi una base quadrata e facce rettangolari. Se si vuole che il volume di ogni scatola sia $256dm^2$ quali sono le dimensioni della scatola che richiedono la minima quantità di materiale?
8. La superficie piana S , delimitata dalla curva γ di equazione $y = 1 + tgx$ e dall'asse x nell'intervallo $0 \leq x \leq \pi/4$, è la base di un solido Σ , le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse x , sono tutte triangoli equilateri. Si calcoli il volume di Σ .

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.