



**MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA**  
**SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (EUROPA)**

**ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

**CORSO DI ORDINAMENTO**

**Indirizzo: SCIENTIFICO**

**Tema di: MATEMATICA**

*Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti del questionario.*

**PROBLEMA 1**

In un riferimento cartesiano  $Oxy$  siano  $C_1$  e  $C_2$  le circonferenze di equazioni

$$x^2 + y^2 + 4x = 12 \quad e \quad x^2 + y^2 - 4x = 12$$

1. Si determinino le coordinate dei punti A e B comuni alle due circonferenze e si calcoli l'area della regione di piano  $\Sigma$  comune ai due cerchi.
2. Fra tutti i rettangoli inscritti in  $\Sigma$  e aventi i lati paralleli agli assi cartesiani, si determini quello di perimetro massimo.
3. Si calcoli il volume del solido generato dalla rotazione di  $\Sigma$  attorno all'asse  $x$ .
4. Scelto un punto P su  $C_1$ , si indichi con Q l'ulteriore intersezione di  $C_2$  con la retta PA e si provi che il triangolo PQB è equilatero. Si determini la posizione di P affinché il triangolo abbia lato massimo.

**PROBLEMA 2**

Sia  $f$  la funzione definita da  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  per tutti i numeri reali  $x > 0$

1. Si studi  $f$  e se ne tracci il grafico  $\Phi$  indicando le coordinate degli eventuali punti di massimo, di minimo o di flesso.
2. Si scriva l'equazione della tangente a  $\Phi$  nel punto  $x = e^2$
3. Si calcoli l'area della parte di piano delimitata da  $\Phi$  e dall'asse  $x$  sull'intervallo  $[1, 4]$  e, con l'aiuto di una calcolatrice, se ne dia il valore arrotondato con due cifre decimali.
4. Si disegni la curva simmetrica di  $\Phi$  rispetto all'asse  $y$  e se ne scriva l'equazione. Similmente si faccia per la curva simmetrica di  $\Phi$  rispetto alla retta  $y = x$ .

## QUESITI

1. Dato un triangolo  $ABC$ , si indichi con  $M$  il punto medio del lato  $BC$ . Si dimostri che la mediana  $AM$  è il luogo geometrico dei punti  $P$  del triangolo, tali che i triangoli  $ABP$  e  $ACP$  hanno aree uguali.
2. In un libro si legge: “Ogni misura di grandezza implica una nozione approssimativa di numero reale”. Si chiede di spiegare, eventualmente con qualche esempio, il significato di tale frase.
3. Si verifichi l'identità:  $2\cot g(2\alpha) + tg\alpha = \cot g\alpha$
4. E' appropriato definire una *retta tangente* a una curva  $C$  in un punto  $P$  di  $C$  come una retta che ha un solo punto in comune con  $C$ ? Si motivi esaurientemente la risposta.
5. Si faccia un esempio di una funzione, definita per tutti i numeri reali  $x$ , che sia priva di derivata:
  - a) in un certo punto;
  - b) in più punti;
  - c) in infiniti punti.
6. Un cono rotondo ha altezza  $h = 5dm$  e raggio  $r = 3dm$ . Si vuole diminuire la prima di quanto si aumenta il secondo in modo che il volume del cono aumenti del 30 %. Si dica se la questione ammette soluzioni e, in caso affermativo, si dica quali sono.
7. Si vogliono costruire con un determinato materiale, delle scatole, senza coperchio, aventi una base quadrata e facce rettangolari. Se si vuole che il volume di ogni scatola sia  $256dm^2$  quali sono le dimensioni della scatola che richiedono la minima quantità di materiale?
8. La superficie piana  $S$ , delimitata dalla curva  $\gamma$  di equazione  $y = 1 + tgx$  e dall'asse  $x$  nell'intervallo  $0 \leq x \leq \pi/4$ , è la base di un solido  $\Sigma$ , le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse  $x$ , sono tutte triangoli equilateri. Si calcoli il volume di  $\Sigma$ .

---

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.