LICEO DELLA COMUNICAZIONE 2013

QUESITO 1

L'area del triangolo può essere calcolata in funzione di due lati e del seno dell'angolo compreso:

$A=\frac{2\cdot 3\cdot sen\,\alpha}{2}=3$, da cui $sen\alpha=1$, quindi $\alpha=\frac{\pi}{2}$. I triangolo è quindi rettangolo con cateti 2 e 3. Il terzo lato è l'ipotenusa che misurerà $\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$.

QUESITO 2

Il dominio della funzione si ottiene risolvendo il sistema

$$\begin{cases} 3-x\geq 0 \\ 2-\sqrt{3-x}\geq 0 \\ 1-\sqrt{2-\sqrt{3-x}}\geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x\leq 3 \\ x\geq -1 \\ x\leq 2 \end{cases}$$

Il dominio è quindi $-1\leq x\leq 2$

QUESITO 3

Nella tangente $y=3x+2$ per x=1 abbiamo y=5, quindi: $f(1)=5$ ed $f'(1)=m=3.$

Se la tangente in x=2 è $y=-x+5$ per x=2 abbiamo y=3, quindi: $f(2)=3$ ed $f'(2)=m=-1.$

QUESITO 4

Il 60% di 10 persone è 6, quindi 4 su 10 non hanno gli occhi azzurri. Le coppie favorevoli sono in numero pari alle combinazioni di 4 oggetti a 2 a 2, cioè $\binom{4}{2}$; le coppie possibili sono $\binom{10}{2}$. Quindi la probabilità richiesta è data da:

$$p=\frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}=\frac{2}{15}$$

QUESITO 5

Indicate con a, b, c le dimensioni della valigia, il suo volume è V=abc. Supponiamo di aumentare le dimensioni lineari del k%; il nuovo volume V' sarà (a+ka)(b+kb)(c+kc)= $abc(1+k)^3$
Quindi la variazione percentuale del volume è dato da:

$$\frac{V'-V}{V}=\frac{abc(1+k)^3-abc}{abc}=(1+k)^3-1.$$

Per esempio con k=0,1 (aumento del 10%) risulta $\frac{V'-V}{V}=(1+0{,}1)^3-1=0{,}331\cong 33\%$.

Analogamente, con k=0,2 il volume aumenta del 73% (circa 75%), mentre con k=0,25 il volume aumenta del 95% (circa 100%).

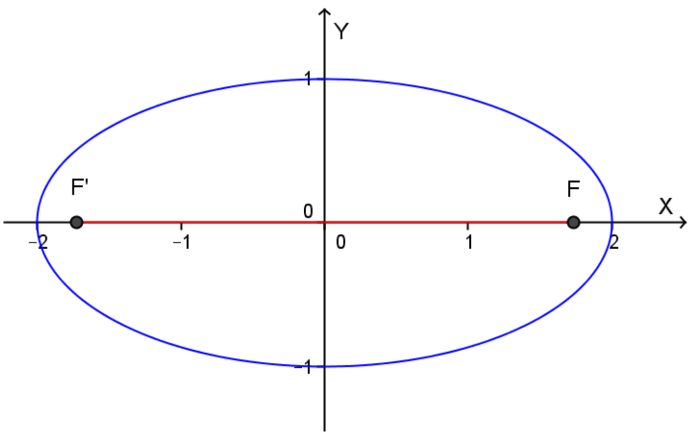
QUESITO 6

I primi 6 numeri si ottengono da 1234567 permutando le ultime 3 cifre (3!=6). In ordine crescente sono: 1234**567**, 1234**576**, 1234**657**, 1234**675**, 1234**756**, 1234**765.**

la quinta posizione è occupata dal numero: **1234756**

Siccome 721=720+1=6!+1, i primi 720 numeri si ottengono permutando le ultime sei cifre, il 721° scambiando la sesta cifra con la settima in 1234567: si tratta quindi del numero **2134567**.

QUESITO 7



Supponendo che i fuochi siano sull'asse x, la semidistanza focale c sarà uguale a:

$$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$$

Quindi la distanza tra i fuochi è:

$$F'F=2c=2\sqrt{3}$$

QUESITO 8

In base ai dati abbiamo: $m = f'(x) = x \cdot \sqrt[3]{x}$. Dobbiamo determinare $f(x)$ sapendo che passa per il punto $A(1;1)$.
Risulta:

$$f(x) = \int x \cdot \sqrt[3]{x}\, dx = \int x^{\frac{4}{3}}\, dx = \frac{x^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}} + k = \frac{3}{7}\sqrt[3]{x^7} + k = \frac{3}{7}\, x^2\, \sqrt[3]{x} + k$$

Siccome f(1)=1, abbiamo: $1 = \frac{3}{7} + k \quad \Longrightarrow \quad k = \frac{4}{7}$. Quindi:

$$f(x) = \frac{3}{7}\, x^2 \cdot \sqrt[3]{x} + \frac{4}{7}$$

QUESITO 9

$$\lim_{x \to 0} 4 \frac{senx \cos x - senx}{x^2} = \lim_{x \to 0} 4 \frac{senx(\cos x - 1)}{x^2} = \lim_{x \to 0} \left[-4 \frac{senx(1 - \cos x)}{x^2} \right] = 0$$

poiché sen(x) tende a zero e $\frac{1 - \cos x}{x^2} \to 1/2$

QUESITO 10

Sia $f(x) = ln\left(ln(1-x)\right)$. Dobbiamo calcolare la derivata prima.

Il dominio della funzione è dato da:

$$\begin{cases} 1 - x > 0 \\ \ln(1-x) > 0 \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} 1 - x > 0 \\ 1 - x > 1 \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad 1 - x > 1 \quad \Longrightarrow \quad x < 0$$

$$f'(x) = \frac{D\left(ln(1-x)\right)}{ln(1-x)} = \frac{\frac{-1}{1-x}}{ln(1-x)} = \frac{1}{(x-1)\, ln(1-x)}$$

Con la collaborazione di Angela Santamaria, Simona Scoleri e Stefano Scoleri