



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzi: LI02 – SCIENTIFICO
LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Tema di: MATEMATICA e FISICA

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti.

PROBLEMA 1

Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} a - \frac{b}{(1-x)^2} & 0 \leq x < 1 \\ a + \frac{b}{(1-x)^2} & x > 1 \end{cases}$ in cui a e b sono due costanti positive.

- Studiare $f(x)$, al variare di a e b , scrivendo le equazioni degli asintoti e stabilendo sotto quali condizioni esiste x_0 , con $0 \leq x_0 < 1$, in modo che $f(x_0) = 0$. Determinare a e b , affinché si abbia $x_0 = \frac{1}{2}$ e la retta di equazione $16x + y - 8 = 0$ sia tangente al grafico di $f(x)$ nel punto $(\frac{1}{2}; 0)$.
- Posto $a = 4$ e $b = 1$, determinare l'area della regione R , delimitata dal grafico di $f(x)$ e dagli assi coordinati.

Si consideri una superficie π , piana e infinita, sulla quale è distribuita una carica positiva con densità uniforme σ , espressa in coulomb al metro quadrato. Ad una distanza $d = 1m$ da π , è posta una carica q , puntiforme e positiva, espressa in coulomb. Sia s la semiretta passante per la carica q , che ha origine sul piano π ed è ad esso perpendicolare. Si indichi con P un generico punto di s , a distanza $x \geq 0$ dal piano.

- Qual è la direzione del vettore campo elettrico in P ? Verificare che, per opportuni valori delle costanti fisiche a e b , la funzione $f(x)$ esprime l'intensità e il verso del vettore campo elettrico in P . Effettuare un'analisi dimensionale delle costanti a e b .
- Verificare che esiste un punto, sulla semiretta s , in cui il campo elettrico è nullo. Stabilire se, in tale punto, una carica in quiete, a seconda del suo segno, si troverebbe in equilibrio stabile oppure instabile.



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

PROBLEMA 2

Un'onda elettromagnetica piana si propaga nel vuoto ed è linearmente polarizzata. Il campo elettrico dell'onda varia secondo la legge $\vec{E}(x, t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{y}$, in cui \hat{y} è il versore dell'asse y .

- Descrivere, in modo qualitativo, il meccanismo di generazione e propagazione di un'onda elettromagnetica e specificare il significato di E_0 , k , ω .
- Nel caso in cui l'ampiezza di oscillazione sia $2,0 \text{ V/m}$ e la frequenza di oscillazione sia $5,0 \cdot 10^5 \text{ Hz}$, scrivere l'espressione del campo elettrico e del campo magnetico dell'onda, individuando la direzione di oscillazione di \vec{B} e la direzione di propagazione. Giustificare le risposte fornite.

Si consideri la funzione $f(x) = A \sin(kx - \omega t)$ dove A e k sono costanti positive, $\omega = 10^6 \pi$ e $t = 5 \cdot 10^{-7}$.

- Esprimere il periodo e l'immagine di $f(x)$, specificando le ascisse dei punti di massimo, minimo e flesso. Stabilire per quali valori di A e k l'immagine di $f(x)$ coincide con l'intervallo $[-2, 2]$ e il periodo è $\frac{\pi}{2}$.
- Presi $A = 2$ e $k = 4$, determinare l'area delimitata dal grafico della funzione $g(x) = [f(x)]^2$ e dall'asse delle ascisse in un periodo. Cosa rappresentano, per il grafico della $g(x)$, i punti di flesso della $f(x)$?

QUESITI

1. Determinare, giustificando la risposta, tutti i possibili i valori di a, b, c in modo tale che si abbia:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^b + 8x^4 + cx^3 + 7}{13x^2 + 3x^3 - 5} = 3$$

2. Determinare le ascisse dei punti di massimo e di minimo locali della funzione

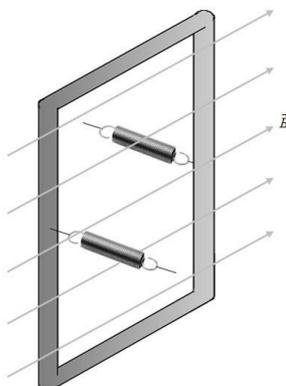
$$f(x) = \int_4^x (3^{5t-2t^2} - 1) dt.$$

3. Assegnato un triangolo ABC , ottusangolo in A , siano B' e C' , rispettivamente, i piedi delle altezze condotte dai vertici B e C . Dimostrare che il quadrilatero $BB'C'C$ è inscritto in una circonferenza e che i triangoli ABC e $AB'C'$ sono simili.
4. Assegnati nello spazio i punti $A(1, 0, -1)$ e $B(-3, -2, 0)$, sia r la retta passante per A e B . Scrivere l'equazione del piano π , passante per il punto $P(-1, 3, 4)$ e perpendicolare a r . Determinare le coordinate del punto Q , simmetrico di P rispetto a r .
5. Una scatola contiene 3 palline gialle e 4 blu; una seconda scatola contiene 2 palline blu e 4 gialle. Una persona estrae a sorte 2 palline dalla prima scatola e le mette nella seconda. A questo punto, un'altra persona estrae a sorte 2 palline dalla seconda scatola e le rimette nella prima. Qual è la probabilità che, alla fine, in ciascuna delle due scatole il numero di palline gialle e blu sia lo stesso che all'inizio?



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

6. Una particella α (due protoni e due neutroni) entra in un condensatore piano attraverso un foro praticato sull'armatura negativa, perpendicolarmente a questa, con velocità $v_0 = 6.93 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$. La distanza tra le armature è $d = 10.0cm$ ed esse sono soggette ad una d.d.p. di $200V$. Quale distanza percorrerà la particella all'interno del condensatore prima di invertire il suo moto? (considerare la massa del neutrone uguale a quella del protone)
7. Una spira quadrata di lato $l = 20cm$ è percorsa da una corrente di intensità $i = 0.50A$ ed è immersa in un campo magnetico uniforme di intensità $B = 0.10T$ e direzione parallela al piano della spira stessa. La spira è tenuta in equilibrio da una coppia di molle di costante elastica $K = 2N/m$ come in figura. Determinare l'allungamento delle molle e stabilire il verso della corrente.



8. In un dato sistema di riferimento, il potenziale elettrico varia secondo la legge $V(x) = Ax^2 e^{-Bx}$ con A e B costanti fisiche positive, di cui si chiedono le unità di misura. Determinare la posizione in cui il modulo del campo elettrostatico è massimo ed il valore che assume in tale posizione.

massa del protone	m_p	$1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
costante dielettrica del vuoto	ϵ_0	$8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 205 Art. 17 comma 9).

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.