Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
LICEO SCIENTIFICO "DANTE ALIGHIERI"
Nuovo Ordinamento- Scienze Applicate - Sportivo - Liceo Quadriennale TrED
Curvatura Biomedica - Liceo Matematico
Viale delle Nazioni Unite n. 2 - 75100 MATERA - Tel. 0835/333822
C. F. 80003620772 - Cod. Mecc. MTPS01000E - Cod. Un. UFLK6I
mtps01000e@istruzione.it ✉ mtps01000e@pec.istruzione.it
http://www.liceoscientificomatera.edu.it

LICEO TRED

ICDL

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzi: SCIENTFICO N.O. – OPZIONE SCIENZE APPLICATE – INDIRIZZO SPORTIVO

Tema di: **MATEMATICA**

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

E' data la funzione $y = \frac{kx-1}{2x^3}$ (con $K \in R$).

1. Determinare il valore del parametro reale k in modo che la funzione presenti un punto stazionario di ascissa $x = \frac{3}{4}$;
2. Verificato che la condizione al punto 1 è soddisfatta con $k = 2$, si studi l'andamento della funzione $y = \frac{2x-1}{2x^3}$ fino alla sua derivata prima nei suoi elementi: dominio, intersezioni con gli assi, studio del segno, eventuali asintoti, derivata prima e monotonia, eventuali punti stazionari;
3. Si approfondisca lo studio della funzione attraverso il calcolo della sua derivata seconda, determinandone la concavità e gli eventuali punti di flesso, e se ne tracci il grafico;
4. Si determini l'equazione della retta tangente alla funzione nel suo punto di ascissa uguale ad 1, disegnandola sul grafico.

PROBLEMA 2

E' data la funzione $y = (x^2 + k)e^x$ (con $k \in R$).

1. Determinare il valore del parametro reale k in modo che la funzione intersechi l'asse orizzontale per $x = \pm 1$;
2. Verificato che la condizione al punto 1 è soddisfatta con $k = -1$, si studi l'andamento della funzione $y = (x^2 - 1)e^x$ fino alla sua derivata prima nei suoi elementi: dominio, intersezioni con gli assi, studio del segno, eventuali asintoti, derivata prima e monotonia, eventuali punti stazionari;
3. Si approfondisca lo studio della funzione attraverso il calcolo della sua derivata seconda, determinandone la concavità e gli eventuali punti di flesso, e se ne tracci il grafico;
4. Si determini l'equazione della retta tangente alla funzione nel suo punto di intersezione con l'asse verticale, disegnandola sul grafico.

QUESTIONARIO

1. Utilizzando il calcolo integrale si dimostri che il volume di una sfera di raggio R è uguale a $\frac{4}{3}\pi R^3$.

2. Si calcoli il $\lim_{x\to 1}\frac{2e^x - x^2 - 2x - 2}{x^3}$, spiegando se il calcolo può essere effettuato ricorrendo al teorema di De l'Hopital.

3. Mediante il teorema di esistenza degli zeri, si verifichi che la seguente equazione ammette soluzione nell'intervallo indicato e si confermi graficamente il risultato:

$$\ln(x-5) + x - 7 = 0 \qquad \text{in } [6;\ 7]$$

4. Fra tutti i triangoli che hanno un angolo α fissato e i due lati che lo comprendono di somma costante, si determini quello di area massima.

5. Data la funzione $f(x) = \sqrt{x^3 - 12x}$ si verifichi l'applicabilità del teorema di Rolle nell'intervallo $[-2\sqrt{3}\ ;0]$ e, in caso affermativo, si determini il punto c di cui il teorema garantisce l'esistenza.

6. Si determini la misura dell'area della superficie delimitata dalle parabole γ_1 e γ_2 di equazioni:

$$\gamma_1: \quad x^2 - 3x + 2 \qquad ; \qquad \gamma_2: \quad -x^2 + x + 2$$

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
LICEO SCIENTIFICO "DANTE ALIGHIERI"
Nuovo Ordinamento- Scienze Applicate - Sportivo - Liceo Quadriennale TrED
Curvatura Biomedica - Liceo Matematico
Viale delle Nazioni Unite n. 2 - 75100 MATERA - Tel. 0835/333822
C. F. 80003620772 - Cod. Mecc. MTPS01000E - Cod. Un. UFLK6I
mtps01000e@istruzione.it ✉ mtps01000e@pec.istruzione.it
http://www.liceoscientificomatera.edu.it

LICEO TRED

7. Nel triangolo ABC sono noti

$$\overline{AB} = 20, \qquad \cot \hat{A} = \frac{3}{4} \quad \text{e} \quad \hat{C} = \frac{\pi}{6}$$

Si determini la misura degli altri due lati.

8. Si calcoli la famiglia delle primitive $F(x) + C = \int \frac{4x+12}{x^2+6x} dx$ e, tra tutte, si determini quella che soddisfa la condizione $F(1) = 0$.

Durata massima della prova: 6 ore.
È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.
È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.
Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.