



LICEO SCIENTIFICO STATALE P.P.PASOLINI
Prot. 0008613 del 23/06/2022
V-4 (Uscita)

LICEO SCIENTIFICO STATALE

“Pier Paolo Pasolini”

POTENZA

Località: Via Anzio s.n.c - Potenza
Sez. staccata C.da Braida - Laurenzana
Sez. staccata C.da Capodigiano - Muro Lucano

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti

PROBLEMA 1

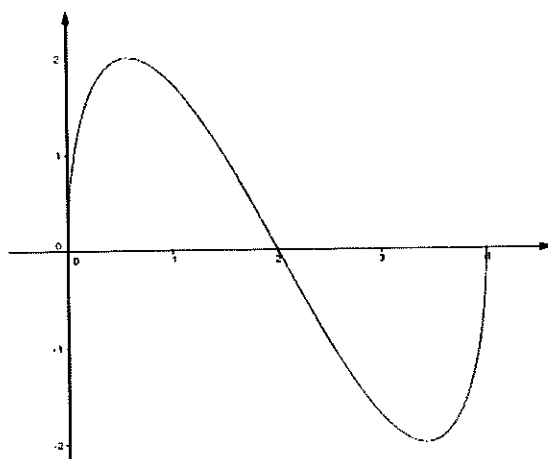
Considera la funzione $f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f_k = (x^2 + 2x + k)e^{-x}$ con $k \in \mathbb{R}$.

1. Scrivere le equazioni delle rette t_1 e t_2 , tangenti rispettivamente al grafico Γ della f_k e al grafico simmetrico rispetto all'asse y , nel punto in cui tali grafici intersecano l'asse y stesso. Per quali valori di k le rette t_1 e t_2 sono perpendicolari?
2. Determinare per quali valori di k la funzione f_k ha il grafico tangente all'asse x .
3. Tracciare il grafico della f_k quando $k = 1$.
4. Supporre $k = 1$. Quanto vale l'area della regione finita di piano, contenuta nel secondo quadrante, delimitata dal grafico Γ e dalla funzione $y = e^{-x}$?

PROBLEMA 2

Sia $f(x) = (2 - x)\sqrt{4x - x^2}$.

1. Di seguito è disegnato il grafico Γ di $f(x)$. Si dimostri che $(2; 0)$ è centro di simmetria di Γ e si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'angolo che la tangente in esso a Γ forma con la direzione positiva dell'asse x .
2. Si dimostri che, qualunque sia t , con $0 < t < 2$, le rette tangenti a Γ nei suoi punti di ascissa $2 + t$ e $2 - t$ sono parallele. Esistono rette tangenti a Γ che siano parallele alla retta di equazione $21x + 10y + 31 = 0$? E che siano parallele alla retta di equazione $23x + 12y + 35 = 0$?
3. Si calcoli l'area della regione compresa tra Γ e l'asse x .
4. Sia $h(x) = \text{sen}(f(x))$. Quanti sono i punti del grafico di $h(x)$ di ordinata 1? Il grafico di $h(x)$ presenta punti di minimo, assoluti o relativi? Per quali valori reali di k l'equazione $h(x) = k$ ha 4 soluzioni distinte? Qual è il valore di $\int_0^4 h(x) dx$?



QUESITI

- 1) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)e^{-2x}$$

- 2) Calcolare il dominio della seguente funzione:

$$y = \ln \sqrt{\cos x}$$

- 3) Stabilire se è applicabile il teorema di Lagrange per la funzione seguente e nell'intervallo indicato e, in caso affermativo, determinare il punto di cui il teorema garantisce l'esistenza.

$$f(x) = \sqrt{x} - x \quad [0;4]$$

- 4) Determinare i punti di discontinuità, specificandone la specie, della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{|3x+9|}{x+3} + 2$$

- 5) Calcolare il seguente integrale:

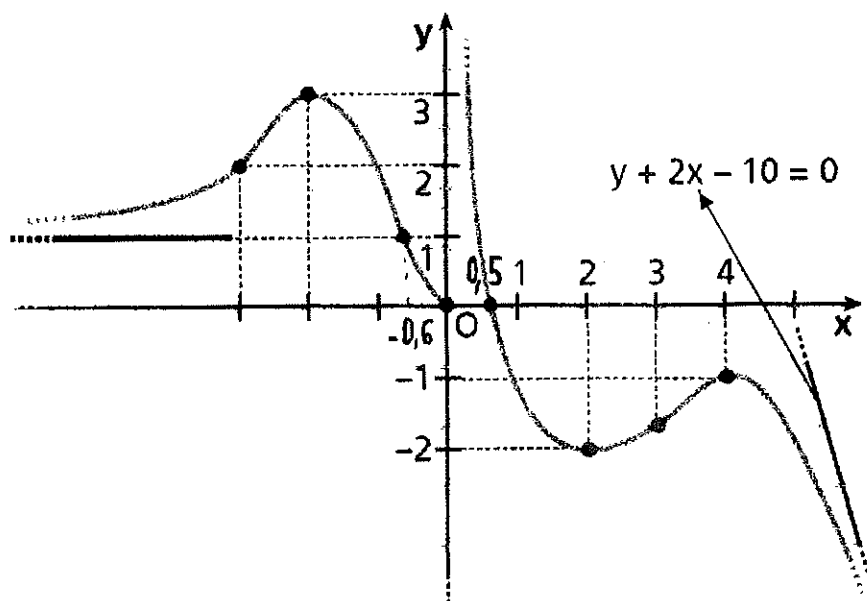
$$\int (x+3) \cos x dx$$

- 6) Determina il punto della parabola di equazione $4y + x^2 = 10x - 5$, per il quale la somma delle sue coordinate è massima.
- 7) Calcolare la probabilità che in 10 lanci di una moneta non truccata, dal quinto lancio in poi esca sempre testa.



Dal grafico in figura dedurre:

- il dominio della funzione;
- le intersezioni con gli assi;
- gli intervalli in cui la funzione è positiva e quelli in cui è negativa;
- i limiti agli estremi del dominio e le equazioni degli asintoti;
- gli intervalli in cui la funzione è crescente e quelli in cui è decrescente;
- i punti di massimo e di minimo relativi.



Durata massima della prova: 6 ore. È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 205 Art. 17 comma 9). È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.