



ISTITUTO D'ISTRUZIONE SUPERIORE

Viale Italia

(Indirizzi Liceo Scientifico e Liceo Scientifico Scienze Applicate)

85037 SANT'ARCANGELO (PZ)

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

A.S. 2021/2022

COMMISSIONI III e VI

TEMA DI MATEMATICA TRACCIA N° 1

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti .

PROBLEMA 1

Sia $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2}$ e sia la $F(x)$ la sua primitiva tale che $F(1)=f(1)$.

- 1) Nel piano riferito ad assi cartesiani, ortogonali e monometrici ,si disegnino il loro grafici.
- 2) Si determinino le coordinate dei punti comuni a f e F e le equazioni delle tangenti alle due curve.
- 3) Si determini l'area della regione finita di piano delimitata dalle due curve e dalla retta $x+2=0$
- 4) Calcolare il volume del solido, ottenuto dalla rotazione intorno all'asse x , della parte di piano delimitata dal grafico di $f(x)$, dalle rette $x=1, x=2$ e dall'asse x .

PROBLEMA 2

Studiare la curva Γ di equazione $Y = \frac{x^3}{(2x-1)^2}$;

- 1) Disegnare il grafico e indicate con s il suo asintoto obliquo ;
- 2) Indicate con A e B i punti in cui s incontra rispettivamente l'asse Y e la curva Γ . Sul segmento AB prendete un punto P in modo che , detto Q il punto di Γ avente la stessa ascissa di P , sia massima l'area del triangolo APQ .
- 3) Determinare l'area della regione finita di piano delimitata da Γ e dalla bisettrice del primo e terzo quadrante .

QUESITI TRACCIA N° 1

- 1) Dimostrare che le tangenti alla curva $Y = \frac{\pi \sin x}{x}$ in $x = \pi$ e $x = -\pi$ si intersecano ad angolo retto .
- 2) Un foglio di carta deve contenere 80 cm^2 di stampa con margini superiore e inferiore di 3 cm e margini laterali di 2 cm . Quali sono le dimensioni del foglio di carta di area minima che si può utilizzare?
- 3) Si calcoli il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$;
- 4) Si determini il dominio e gli asintoti della funzione : $f(x) = \sqrt{3 - \log_2(x+5)}$;
- 5) Studiare i punti di discontinuità della seguente funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 3x + 2}$
- 6) Dimostrare che l'equazione $e^x + 3x = 0$ ammette una ed una sola soluzione reale.
- 7) La posizione di una particella è data da $s(t) = 20(2 e^{-t/2} + t - 2)$. Qual è la sua accelerazione al tempo $t=4$?
- 8) Determinare l'espressione analitica della funzione $y=f(x)$ sapendo che la retta $y = -2x+5$ è tangente al grafico di f nel secondo quadrante e che $f'(x) = -2x^2+6$

Durata massima della prova: 6 ore. È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 205 Art. 17 comma 9). Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.