



Ministero dell'Istruzione
ISTITUTO D'ISTRUZIONE SUPERIORE

Carlo Levi

Via Appia, s.n.c. 75019 TRICARICO (MT) - Tel. 0835/726919 – Fax 0835/726749

e-mail: mtis00400t@istruzione.it - mtis00400t@pec.istruzione.it - sito web: www.iiscarlolevi.edu.it

Indirizzi di Studio: Liceo Scientifico di Tricarico e Irsina – Liceo Scienze Umane di Tricarico -Istituto Tecnico Economico di Grassano - Istituto Professionale Settore Servizi per l'Agricoltura e lo Sviluppo Rurale e Corso Serale Adulti di Garaguso Scalo

Cod. Min: MTIS00400T - Cod. Fisc.: 93029190779 - Codice Univoco Ufficio: UF1ZLO

Tema di: **MATEMATICA**

PROVA 2

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a quattro quesiti.

PROBLEMA 1

Si consideri la funzione:

$$f(x) = 1 + ax + \frac{b}{x^2}$$

1. Si determinino i coefficienti in modo che la curva abbia un massimo relativo nel punto A(1;0).
2. Indica se la funzione è pari o dispari.
3. Si disegni il grafico della funzione dopo aver verificato che $a = -\frac{2}{3}$ e $b = -\frac{1}{3}$.
4. Determina la retta r passante per A e tangente alla curva nel punto B di ascissa $x = -2$.
5. Determina l'area della regione finita di piano delimitata dalla curva, dalla retta passante per i due punti A e B e dall'asse delle ascisse.

PROBLEMA 2

Il dottor Bianchi lavora in una clinica veterinaria e si sta occupando di un cucciolo di cane colpito da un'infezione batterica. Per contrastare la malattia è necessaria una dose di antibiotico da somministrare per via intramuscolare.

A partire dall'istante $x=0$ in cui viene eseguita l'iniezione, la concentrazione del farmaco nel sangue dell'animale, espressa in mg/L, è modellizzata da una funzione del tipo:

$$f(x) = axe^{-bx},$$

dove a e b sono parametri reali positivi e $x \geq 0$ indica il tempo trascorso dalla somministrazione iniziale espresso in ore.

1. Determina per quali valori dei parametri a e b il valore massimo della concentrazione del farmaco, pari a 2 mg/L, si raggiunge dopo **1 ora**.

Il dottor Bianchi dichiara che, in corrispondenza dei valori trovati nel punto precedente, l'espressione analitica della funzione è

$$f(x) = 2xe^{1-x}$$

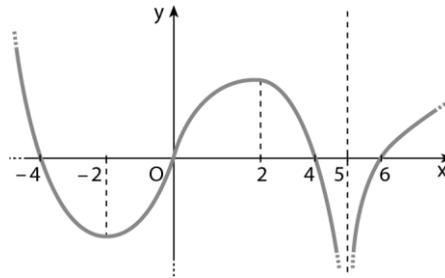
2. Dopo aver verificato l'affermazione, rappresenta il grafico della funzione $f(x)$ per $x \geq 0$ determinando le coordinate del flesso F, verificando che ha ascissa uguale a 2, e l'equazione della tangente nel punto F.
3. In quale intervallo di tempo la velocità di variazione della concentrazione del farmaco nel sangue del cucciolo è positiva? Qual è il valore della velocità di variazione della concentrazione del farmaco dopo 2 ore?

Il dottor Bianchi osserva che la funzione $f(x)$ è un ottimo modello per la concentrazione del farmaco nel sangue solo nelle prime 2 ore dalla somministrazione. Da questo momento in poi la concentrazione decresce linearmente, seguendo l'andamento della tangente nel punto F.

4. Dopo quanto tempo dall'iniezione il cucciolo avrà completamente smaltito l'antibiotico somministrato? Scrivi l'espressione analitica del nuovo modello dall'istante iniziale $x = 0$, fino all'istante in cui non ci sarà più traccia del farmaco nel sangue dell'animale. Rappresenta il grafico della funzione trovata.

QUESITI

1. In figura è rappresentato il grafico della funzione di equazione $y = f(x)$. Deduci dal grafico dominio, continuità, derivabilità della funzione f , asintoti, segno della derivata prima e segno della derivata seconda.



2. Una piscina ha la forma di rettangolo con l'aggiunta di una zona a forma di semicerchio, avente il diametro coincidente con un suo lato. Determina le lunghezze dei lati del rettangolo in modo che la piscina abbia il perimetro esterno di 100 m e la superficie massima.
3. Studia la continuità e la derivabilità della seguente funzione, classificandone gli eventuali discontinuità o di non derivabilità.

$$f(x) = \begin{cases} -2 + \sqrt{1-2x} & \text{se } x \leq 0 \\ -x-1 & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \ln(x-1)-3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

4. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x+5} - \sqrt{3x-2}$$

5. Dopo aver rappresentato il grafico γ della funzione $y = \frac{x-2}{x-1}$, calcola l'area della regione piana compresa tra γ , l'asse x e la retta di equazione $x = 9$.
6. Rappresenta la funzione $y = 3+x$ nell'intervallo $[0;3]$. Quale solido ottieni ruotando di 360° attorno all'asse x il grafico della funzione? Calcola il volume del solido.
7. Dopo aver indicato il dominio, trova i punti di massimo e di minimo relativi e i punti di flesso della seguente funzione:

$$y = 3 \ln x + \frac{1}{x}$$

8. Trova i valori di a e b in modo che per la seguente funzione sia applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo indicato:

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + b & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{2e^x-1} & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad [-1; 1]$$