

**LICEO STATALE “SALVATORE PIZZI”
CAPUA(CE)**

**PROVA DI MATEMATICA DELL’ESAME DI STATO
PER IL LICEO SCIENTIFICO – LICEO SCIENTIFICO OPZIONE SCIENZE
APPLICATE**

ANNO SCOLASTICO 2021/2022

Candidato: _____ Classe: _____ Data: 23/06/2022

**Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.
Durata massima della prova: 6 ore.**

È consentito l’uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 65 Art. 20 comma 11 del 14/03/2022).

Problema 1

Sia assegnata la funzione:

$$y = \frac{ax^2 + b}{x^3 + c}.$$

- a. Determinare i coefficienti a , b , c in modo che la curva da essa rappresentata in un piano cartesiano ortogonale Oxy abbia l’asse delle ordinate come asintoto verticale e un estremo relativo nel punto $A\left(\sqrt{3}, \frac{2\sqrt{3}}{9}\right)$.
- b. Studiare la funzione e disegnarne il grafico γ .
- c. Sull’arco di curva situato nel I quadrante, determinare l’equazione della retta normale alla curva γ nel suo punto di flesso.
- d. Calcolare infine l’area delle regioni limitate di piano comprese tra la curva γ , l’asse delle ascisse e la retta per l’origine degli assi tangente alla curva stessa.

Problema 2

Tracciare il grafico γ della funzione: $f(x) = \sqrt{|x^2 - 6x + 5|}$. In particolare:

- Studiare la continuità e la derivabilità di $f(x)$.
- Determinare geometricamente la natura di γ per $1 \leq x \leq 5$.
- Calcolare $\int_1^5 f(x)dx$, nel modo più opportuno.
- Provare che la retta di equazione $x = 3$ è asse di simmetria di γ .

Questionario

- Calcolare il valore del seguente limite, utilizzando il metodo che si ritiene più opportuno:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x + 2 \cos x - 2}{x^2}$$

- Calcolare il volume del solido ottenuto ruotando attorno all'asse x il grafico della funzione $y = \ln x$ nell'intervallo $[2;4]$.

- Verificare la disuguaglianza:

$$1 - \frac{1}{x} < \ln x < x - 1$$

applicando il teorema di Lagrange all'intervallo di estremi 1 e x e fornire un'interpretazione geometrica del risultato ottenuto.

- Determinare il polinomio $P(x)$ di terzo grado tale che: $P(0) = 0$, $P'(0) = -2$, $P(-1) = 0$ e $\int_0^1 P(x)dx = \frac{2}{3}$
- Calcolare il valor medio della funzione $f(x) = \ln x$ da $x = 1$ ad $x = e$ e si interpreti graficamente il risultato ottenuto.

6. Una rete metallica lunga 900 m deve recintare un appezzamento rettangolare lungo tre dei suoi lati; quali sono le lunghezze dei tre lati affinché il terreno recintato abbia area massima?

7. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (1 - e^{-t}) dt}{1 - \cos 2x}$$

essendo e la base dei logaritmi naturali.

8. Sul grafico della funzione $f(x) = \frac{8}{11}x^3 + \left(\sqrt{2} - \frac{43}{11}\right)x + 2\sqrt{2} - 2$,

considerare il punto F nel quale esso ha un flesso. Posto A (2;0), determinare il

punto P nel secondo quadrante e sul grafico di f tale che $\overline{AP}^2 - \overline{PF}^2$ sia massima.