



Via Fabrateria Vetus snc - 03023-Ceccano (FR)

☎ 0775 604137 - ☎ 0775 621021 - C.F. 92052850606

✉ frps070001@istruzione.it - PEC frps070001@pec.istruzione.it

🌐 web <http://liceoceccano.edu.it>*In dulcedine societatis,
quaerere veritatem.*

SECONDA PROVA ESAME DI STATO ANNO SCOLASTICO 2021-2022
LICEO SCIENTIFICO / LICEO SCIENTIFICO opzione SCIENZE APPLICATE

2

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti del questionario.

Durata massima della prova: 4 ore

Problema 1

Determina i coefficienti a, b , affinché il grafico Γ della funzione di equazione:

$$y = f(x) = \frac{ax^2 + bx}{(1+x)^2}$$

abbia nel punto $A(2; 0)$, tangente t perpendicolare alla retta di equazione $18x + 4y = 0$.

Considera la funzione che si ottiene in corrispondenza dei valori $a = 1$, $b = -2$, e rispondi ai seguenti quesiti:

- determina il dominio, il segno, le intersezioni con gli assi coordinati, i limiti agli estremi del dominio, gli eventuali asintoti, studia la continuità;
- calcola la derivata prima, gli eventuali punti di massimo o minimo relativo, studia i punti di non derivabilità;
- calcola la derivata seconda, gli intervalli di concavità e convessità e gli eventuali punti di flesso, traccia il grafico Γ ;
- calcola l'area della regione finita D di piano delimitata dal grafico Γ e dall'asse x per $x \in [2; 4]$.

Problema 2

Data la funzione

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 3x}{(x+1)\sqrt{x-3}}$$

rispondi ai seguenti quesiti:

- determina il dominio, il segno, le intersezioni con gli assi coordinati, i limiti agli estremi del dominio, gli eventuali asintoti, studia la continuità;
- calcola la derivata prima, gli eventuali punti di massimo o minimo relativo, studia i punti di non derivabilità; determina la retta tangente al grafico Γ nel punto avente ascissa $x = 6$;
- calcola la derivata seconda, gli intervalli di concavità e convessità e gli eventuali punti di flesso, traccia il grafico Γ ;
- calcola l'area della regione finita D di piano delimitata dal grafico Γ e dall'asse x per $x \in [4; 5]$.

Questionario.

1. Calcola il seguente integrale

$$\int 3x \ln(x+1) dx.$$

2. Calcola il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \ln(t^2 + 1) dt}{2x - \sin x}.$$

3. Determina il valor medio di $y = 5x^2 - 1$ in $[0; 2]$ e calcola il punto z in cui la funzione assume tale valore
4. Si determina le costanti $a, b, c \in \mathbb{R}$ in modo che $f(x) = x^2 + ax + b$ e $g(x) = x^3 + c$ siano tangenti nel punto $A(1; 0)$. Scrivi l'equazione della tangente comune.
5. Calcola il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\sin x} + x}{3\sqrt{x} - 2x}.$$

6. Scrivi l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$y = \ln(3x + \sqrt{1 + x^2})$$

nel punto di ascissa 0.

7. Determina il volume dell'ellissoide generato dalla rotazione dell'ellisse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

attorno all'asse y .

8. Si deve costruire un campo da gioco avente la forma di un rettangolo più un'area semicircolare a ciascun estremo. Il perimetro del campo deve essere lungo 800 m. Trova le dimensioni del campo se la parte rettangolare deve avere l'area massima possibile.