Ministero dell'Istruzione

UNIONE EUROPEA
Fondo sociale europeo

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA
UFFICIO SCOLASTICO REGIONALE PER IL LAZIO
Liceo Scientifico Statale "Stanislao Cannizzaro"
00144 ROMA – Viale della Civiltà del Lavoro 2/d – ☎ 06/121128085 – Fax 06/5913140
Sede Amministrativa Via dell'Oceano Indiano, 31 – ☎ 06/121126585 – Fax 06/52246400
MUNICIPIO IX – Distretto 020 – Cod. Meccanografico: RMPS05000E
C.F. 80209630583- Cod. Univoco UF5DXV
E-Mail: rmps05000e@istruzione.it PEC: rmps05000e@pec.istruzione.it

ANNO SCOLASTICO 2021 – 2022

PROVA DI MATEMATICA INDIRIZZO: SCIENTIFICO CORSO DI ORDINAMENTO

Il candidato risolva uno dei problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Si consideri la funzione: $y = \frac{x^2+2px+q}{x^2+1}$ dove p e q sono parametri reali con p non nullo.

a) Mostrare che esistono due punti della curva, rappresentativa della funzione, dove la tangente è parallela all'asse delle x per qualsiasi valore assunto dai parametri p e q, e che il prodotto delle ascisse di questi due punti vale -1.

b) Determinare p e q in modo che per x = 2 si abbia $y' = 0$ e che la retta normale alla curva nel suo punto di ascissa uguale a 1 sia parallela alla retta $y = -\frac{1}{3}x$.

c) Acquisito che p = 4 e q = - 5, disegnare il grafico della funzione (lo studio della derivata seconda è facoltativo).

d) Determinare la funzione g(x), traslata della funzione f(x) in modo che abbia come asintoto orizzontale l'asse delle ascisse, e calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra la funzione g(x), l'asse delle y e la retta x = 1.

PROBLEMA 2

Si consideri una semicirconferenza di diametro AB, centro O e raggio 1.

a) Detti P un punto sulla semicirconferenza tale che $A\hat{B}P = x$ e H la sua proiezione sul diametro, si esprima la somma $S(x) = \overline{AP} - \frac{1}{2}\overline{AH}$ in funzione di x.

b) Dopo aver verificato che $S(x) = 2senx - sin^2x$ si tracci il grafico della funzione nel suo periodo, mettendo in evidenza il tratto del grafico relativo al problema.

c) Si calcoli l'area delimitata dal grafico della funzione e dall'asse x nel suo periodo.

d) Si stabilisca se il teorema di Lagrange è applicabile alla funzione $y = |S(x)|$ nell'intervallo $[0; \pi]$ e nell'intervallo $[0; 2\pi]$ specificando sia le eventuali ipotesi non verificate e gli eventuali punti che ne provano la tesi.

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA
UFFICIO SCOLASTICO REGIONALE PER IL LAZIO
Liceo Scientifico Statale "Stanislao Cannizzaro"
00144 ROMA – Viale della Civiltà del Lavoro 2/d – ☎ 06/121128085 – Fax 06/5913140
Sede Amministrativa Via dell'Oceano Indiano, 31 – ☎ 06/121126585 – Fax 06/52246400
MUNICIPIO IX – Distretto 020 – Cod. Meccanografico: RMPS05000E
C.F. 80209630583- Cod. Univoco UF5DXV
E-Mail: rmps05000e@istruzione.it PEC: rmps05000e@pec.istruzione.it

QUESTIONARIO

1. Si calcoli il seguente limite: $\lim_{x \to 0} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - 1)dt}{x^3}$.

2. Si calcoli il valore medio della funzione $f(x) = \frac{x^3 - x + 1}{x+1}$ nell'intervallo $[0; 2]$.

3. Studiare la continuità e la derivabilità della seguente funzione classificando gli eventuali punti di discontinuità o non derivabilità individuati:

$$y = \frac{|1 - x| - (1 + x)^2}{x}$$

4. In una circonferenza di centro O e raggio r, si conduca una corda AB. Determinare l'ampiezza dell'angolo al centro $A\hat{O}B$ in modo che risulti massima l'area del quadrilatero OACB che si ottiene costruendo sulla corda AB il triangolo equilatero ABC, dalla parte opposta di O rispetto ad AB.

5. Tra tutti i rettangoli aventi i lati paralleli agli assi cartesiani e iscritti nel segmento parabolico delimitato dalla parabola $y = 1 - x^2$ e dall'asse x determinare quello di area massima.

6. Si consideri la parte di piano $\mathcal{A}$, nel primo quadrante, compresa fra l'asse *x*, le rette $x = 1$ e $x = 3$, e la curva $xy = 4$. Calcolare l'area di $\mathcal{A}$ e il volume $\mathcal{V}$ del solido generato da $\mathcal{A}$ con una rotazione completa intorno all'asse delle ascisse.

7. Determinare gli asintoti della funzione $f(x) = \frac{e^{-2x}}{2-x} + \frac{x}{2} - 1$

8. Dimostrare che la funzione $f(x) = \ln\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) + \frac{x-1}{x+2}$ ammette almeno uno zero compreso tra 0 e 1. Enunciare il teorema utilizzato per la dimostrazione