ANLI03005 – V COMMISSIONE **TRACCIA C**

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzo SCIENTIFICO - opzione SCIENZE APPLICATE

Tema di : **MATEMATICA**

Il candidato risolva uno dei due problemi e risolva 5 quesiti.

PROBLEMA N. 1

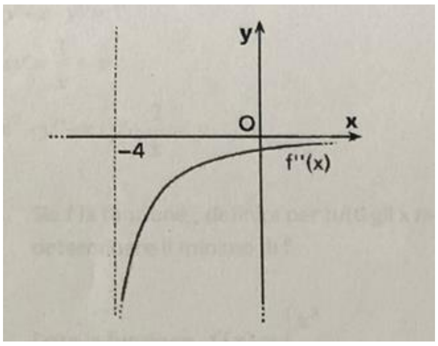
Nel corpo umano la concentrazione di glucosio nel sangue, detta glicemia, è normalmente compresa fra 60 mg/dL e 110 mg/dL quando si è a digiuno. Il glucosio è assorbito dai tessuti più rapidamente quando la glicemia è alta, più lentamente quando è bassa. Questo processo di assorbimento più o meno rapido è regolato dall'insulina, un ormone secreto dal pancreas. Se la glicemia è alta, l'insulina è prodotta più rapidamente per accelerare l'assorbimento del glucosio; se la glicemia è bassa, la produzione è più lenta, per un minor assorbimento.
In un modello semplificato, la rapidità di secrezione dell'insulina S in funzione della glicemia g è espressa dalla funzione: $S(g) = \frac{100}{1+19e^{-\frac{g}{30}}}$, con g$\geq 0$ misurata in mg/dL e S misurata in mU/min cioè in milliUnità al minuto.

1) perché è stata posta la condizione g≥ 0 se la funzione matematica S(g) può essere calcolata per qualsiasi valore di g? Ritieni che dovrebbero essere poste altre condizioni sul valore di g? Rappresenta il grafico di S(g) per g≥ 0.
2) qual è, secondo il modello, la massima rapidità possibile di secrezione dell'insulina da parte del pancreas? Per quale valore della glicemia la rapidità di secrezione dell'insulina è pari al 90% della potenzialità massima?
3) esiste un valore della glicemia in corrispondenza del quale è massimo l'aumento della rapidità di secrezione dell'insulina in seguito a un aumento, piccolo quanto si vuole, della glicemia stessa. A quale punto del grafico corrisponde? Determina il valore.
4) in condizioni fisiologiche normali la glicemia non scende sotto i 60 mg/dL. Si vuole studiare la rapidità di secrezione dell'insulina per $60 \leq g \leq 130$, cioè i valori che si hanno a digiuno e dopo un pasto non abbondante, utilizzando una retta anziché la funzione del modello S(g). Nello stesso riferimento cartesiano la pendenza in tale punto coincide con quella di S(g).

PROBLEMA N.2

Nel riferimento cartesiano xOy si consideri la funzione f(x) definita e continua in $]-4;+\infty)$ e con la derivata seconda f ''(x) avente il grafico riportato nella figura
E' noto che la retta di equazione x=-4 è un asintoto per f(x) e che la retta tangente al grafico di f(x) nel punto di ascissa x=0 è parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante, mentre al tangente nel punto di ascissa x=-3 ha equazione 4x-y+14=0.

1) Si determini l'area della parte del piano delimitata dal grafico di f '' (x) e dall'asse x nell'intervallo [-3;0].
2) Si tracci un grafico probabile di f ' (x).
3) Sapendo che $f''(x) = -\frac{4}{(x+4)^2}$ e utilizzando tutte le informazioni già assegnate, si determini l'espressione analitica di f(x) e dopo averne completato lo studio se ne rappresenti il grafico.
4) Si calcoli l'area della parte di piano compresa tra il grafico precedente e l'asse x nell'intervallo [-3;0].



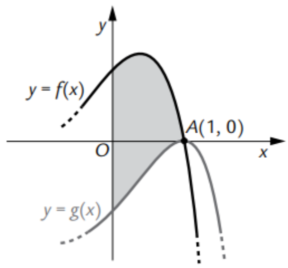
QUESITI

1. Sono date le funzioni $f(x) = e^{3-x}$ e $g(x) = e^{2x}$. Determina l'area della regione limitata racchiusa dall'asse y, dalla retta x=3 e dai grafici di f e di g.

2. Considera i quattro punti A(0, 1, 1), B(2, 2, 1), C(0, 2, 1) e D(1, 0, 0). Determina sulla retta CD il punto P per cui la somma $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ è minima.

3. Determina per quale/i valore/i di k la tangente al grafico della funzione $f(x) = lnx^2$ nel punto di ascissa x=k passa per l'origine degli assi.

4. La figura mostra le curve di equazione $f(x) = (1 - x^2)e^x$ e $g(x)$ che è una primitiva di f. Individua l'espressione analitica di g e calcola l'area della porzione di piano colorata.



5. Per progettare un sito web è necessario generare dei codici unici di accesso. Si vogliono utilizzare, a tale scopo, due lettere maiuscole dell'alfabeto inglese seguite da una serie di numeri compresi tra 0 e 9. Tutti i codici di accesso dovranno avere lo stesso numero di cifre ed è ammessa la ripetizione di lettere e numeri. Qual è il numero minimo di cifre da impostare in modo da riuscire a generare almeno 5 milioni di codici di accesso diversi? Giustificare la risposta.

6. Scrivi l'espressione analitica della retta perpendicolare nell'origine al piano di equazione $x + y - z = 0$.

7. Determina gli eventuali asintoti verticali, orizzontali e obliqui della funzione: $f(x) = 3x - 4lnx$.

8. Considera la funzione f di variabile reale definita, per $x \neq c$, da $f(x) = \frac{(x-a)(x-b)}{x-c}$, con a, b, c parametri reali, a positivo. Determina a, b, c affinché il grafico di f:
   a) Abbia un asintoto verticale di equazione x=2;
   b) Passi per il punto A(1;0);
   c) Abbia un asintoto obliquo passante per il punto B(0;3).

9. Considera i due piani nello spazio di equazione: $\pi: 6x + y - z = 0;\ \pi': x - y + z = 0.$
a) verifica che i due piani sono incidenti e determina l'equazione parametrica della retta intersezione.
b) Determina un'equazione cartesiana del piano passante per il punto P(2; 2; 2) e perpendicolare ai piani $\pi\ e\ \pi'$.

10. Durante il picco massimo di un'epidemia di influenza il 15% della popolazione è a casa ammalato:
a) qual è la probabilità che in una classe di 20 alunni ce ne siano più di due assenti per l'influenza?
b) descrivere le operazioni da compiere per verificare che, se l'intera scuola ha 500 alunni, la probabilità che ce ne siano più di 50 influenzati è maggiore del 99%.

Durata massima della prova 5 ore.
E' consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico.
È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.
Non è consentito lasciare l'istituto prima che siano trascorse 3 ore.