



Licei indirizzi:
Istituto Tecnico Industriale indirizzi:

Liceo Classico, Liceo Scientifico, Liceo Scientifico Scienze Applicate
Meccanica e Meccatronica, Elettrotecnica e Elettronica, Informatica, Trasporti e Logistica

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzi: LI02, EA02 – SCIENTIFICO
LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

Proposta di traccia n.1

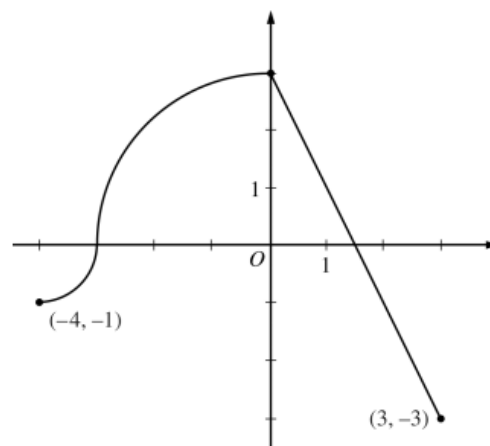
Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti.

PROBLEMA 1

La funzione $f(x)$ è definita sull'intervallo $[-4; 3]$. Il grafico di $f(x)$ è composto da due quarti di circonferenza e da un segmento lineare, come mostrato in figura.. Sia

$$g(x) = 2x + \int_0^x f(t)dt.$$

- Trova il valore di $g(-3)$. Determina l'espressione di $g'(x)$ e il valore di $g'(-3)$
- Determina l'ascissa del massimo assoluto di $g(x)$ nell'intervallo $[-4; 3]$. Motiva la risposta.
- Trova i punti di flesso del grafico di $g(x)$ in $] - 4; 3[$.
- Verifica che non esiste alcun punto c nell'intervallo $] - 4; 3[$ per il quale $f'(c)$ sia uguale al rapporto incrementale di $f(x)$ rispetto agli estremi dell'intervallo $[-4; 3]$. Spiega perché questo non contraddice il Teorema di Lagrange.



PROBLEMA 2

Tra le molteplici applicazioni della matematica troviamo lo studio dell'assorbimento di un farmaco rispetto al tempo. La somministrazione di un farmaco da parte del medico deve tener conto di diversi fattori quali ad esempio la capacità di assorbimento o la velocità di assorbimento. Questi



Istituto d'Istruzione Superiore Statale Licei "Canudo-Marone - ITI Galilei"



Liceo Scientifico "R. Canudo": c.m.BAPS002012: via Aldo Moro s.n. – tel./fax 0803431754 – 70023 Gioia del Colle
Liceo Classico "P.V. Marone": c.m.BAPS0022012: via Roma 67 – tel./fax 0803484669 – 70023 Gioia del Colle
Istituto Tecnico Industriale "G.Galilei": c.m.BATF002014 Corso Serale: c.m. BATF00251D via Mazzini 97



Licei indirizzi:

Istituto Tecnico Industriale indirizzi:

Liceo Classico, Liceo Scientifico, Liceo Scientifico Scienze Applicate

Meccanica e Meccatronica, Elettrotecnica e Elettronica, Informatica, Trasporti e Logistica

parametri sono influenzati anche dal tipo di somministrazione di un farmaco orale, endovenosa o intramuscolare

Se il farmaco viene somministrato per via endovenosa, si ipotizza per semplicità che la concentrazione del farmaco nel sangue raggiunga subito il valore massimo e che immediatamente inizi a diminuire, in modo proporzionale alla concentrazione stessa;

Per il Farmaco "XXMateXX" per ogni ora che passa la concentrazione diminuisce di $\frac{1}{7}$ del valore che aveva nell'ora precedente.

- Individua la funzione $f(t)$ che presenta l'andamento richiesto, ipotizzando una concentrazione iniziale $f(0) = 1$ mg/l (milligrammi al litro) e rappresentala graficamente in un piano cartesiano avente in ascisse il tempo t espresso in ore e in ordinate la concentrazione espressa in mg/l.

Se la somministrazione avviene per via intramuscolare, il farmaco viene dapprima iniettato nel muscolo e progressivamente passa nel sangue. Si ipotizza pertanto che la sua concentrazione nel sangue aumenti per un certo tempo, raggiunga un massimo e poi inizi a diminuire con un andamento simile a quello riscontrato nel caso della somministrazione per via endovenosa.

- Stabilisci quale tra le seguenti funzioni descrive meglio questo andamento:

- $y = 1 - \frac{(t-4)^2}{16}$
- $y = \sin(3t)e^{-t}$
- $y = -t^3 + 3t^2 + t$
- $y = \frac{7}{2} \left(e^{-\frac{t}{7}} - e^{-\frac{t}{5}} \right)$

- Traccia il grafico della funzione scelta in un piano cartesiano avente in ascisse il tempo t espresso in ore e in ordinate la concentrazione y e descrivi le sue caratteristiche principali, in rapporto al grafico della funzione relativa alla somministrazione per via endovenosa.



Istituto d'Istruzione Superiore Statale Licei "Canudo-Marone - ITI Galilei"



Liceo Scientifico "R. Canudo": c.m.BAPS002012: via Aldo Moro s.n. – tel./fax 0803431754 – 70023 Gioia del Colle
Liceo Classico "P.V. Marone": c.m.BAPS0022012: via Roma 67 – tel./fax 0803484669 – 70023 Gioia del Colle
Istituto Tecnico Industriale "G.Galilei": c.m.BATF002014 Corso Serale: c.m. BATF00251D via Mazzini 97



Licei indirizzi:
Istituto Tecnico Industriale indirizzi:

Liceo Classico, Liceo Scientifico, Liceo Scientifico Scienze Applicate
Meccanica e Meccatronica, Elettrotecnica e Elettronica, Informatica, Trasporti e Logistica

Per evitare danni agli organi nei quali il farmaco si accumula è necessario tenere sotto controllo la concentrazione del farmaco nel sangue. Supponendo che in un organo il farmaco si accumuli con una velocità v , espressa in $\frac{\text{mg}}{\text{l} \cdot \text{h}}$, proporzionale alla sua concentrazione nel sangue: $v(t) = k \cdot f(t)$.

Posto $k = 1$ determina la quantità totale di farmaco accumulata nell'organo in 24 ore e in 48 ore nel caso della somministrazione endovenosa e di quella intramuscolare studiate in precedenza. In quale delle due l'accumulo sarà maggiore?

QUESITI

1. Si consideri la funzione reale $f(x) = x^3 + x|x| + 1$. Ammette punti di massimo o di minimo relativi? È derivabile nel punto $x = 0$?

2. Si calcoli il valore dell'integrale $\int_{-1}^4 f(x)dx$, sapendo che f è la funzione così definita:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{per } x < 2 \\ 3, & \text{per } x \geq 2 \end{cases}$$

3. Si consideri la funzione $f(x)$ continua nell'intervallo $[1; 3]$ e derivabile nell'intervallo aperto $]1; 3[$ e tale che

- $f(1) = 1$;
- $2 \leq f'(x) \leq 3, \forall x \in]1; 3[$.

Si stabilisca se è possibile che $f(3) = 8$, motivando adeguatamente la risposta.

4. Si enunci il Teorema di Lagrange e si mostri con opportuni esempi come tutte le ipotesi sono necessarie.

5. Verifica se sia possibile risolvere il seguente limite attraverso il teorema dell'Hopital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2 + x}. \text{ Verifica il risultato ottenuto utilizzando un'altra tecnica conosciuta.}$$

6. Verifica usando la definizione che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x - 3} = 2$.



Istituto d'Istruzione Superiore Statale Licei "Canudo-Marone - ITI Galilei"



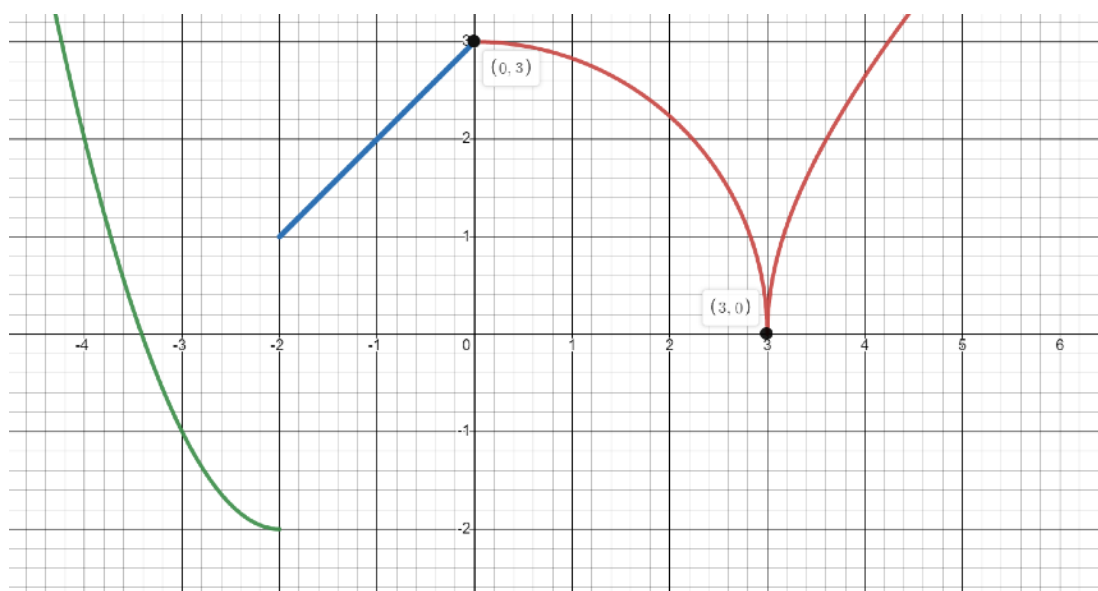
Liceo Scientifico "R. Canudo": c.m.BAPS002012: via Aldo Moro s.n. – tel./fax 0803431754 – 70023 Gioia del Colle
Liceo Classico "P.V. Marone": c.m.BAPS0022012: via Roma 67 – tel./fax 0803484669 – 70023 Gioia del Colle
Istituto Tecnico Industriale "G.Galilei": c.m.BATF002014 Corso Serale: c.m. BATF00251D via Mazzini 97



Licei indirizzi:
Istituto Tecnico Industriale indirizzi:

Liceo Classico, Liceo Scientifico, Liceo Scientifico Scienze Applicate
Meccanica e Meccatronica, Elettrotecnica e Elettronica, Informatica, Trasporti e Logistica

7. Il grafico della funzione $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{cx - 1}$ ha come asintoti le rette di equazione $y = x$ e $x = \frac{1}{4}$. Trova il valore dei parametri a, b e c .
8. Individua gli eventuali punti di singolarità o di non derivabilità della funzione in figura



Considerata la sua espressione analitica

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{|x^2 - 9|}, & \text{se } x \geq 0 \\ x + 3, & \text{se } -2 < x < 0 \\ x^2 + 4x + 2, & \text{per } x \leq -2 \end{cases}$$

verifica analiticamente le considerazioni iniziali.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 65 Art. 20 comma 11).

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.