

# Liceo "G. Galilei – M. Curie"

ESAMI DI STATO CONCLUSIVI DEI CORSI DI STUDIO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE A. S. 2021/2022

## COMMISSIONI

**BALIO2047 – XLVII Commissione ad indirizzo scientifico**

**BALIO2048 – XLVIII Commissione ad indirizzo scientifico**

## TRACCIA 2

Il candidato risolva uno dei due problemi e quattro degli otto quesiti proposti.

Il tempo assegnato per lo svolgimento della prova è di 6 (sei) ore. È consentito l'utilizzo della calcolatrice scientifica se compresa nell'elenco pubblicato dal Ministero dell'Istruzione.

## PROBLEMI

### Problema 1

Data la funzione  $f(x) = \frac{e^x - a}{e^x + b}$ , con  $a$  e  $b$  entrambi positivi:

1. dimostra che essa è sempre crescente, qualunque siano i valori di  $a$  e  $b$ ;
2. trova le coordinate del punto di flesso in funzione di  $a$  e  $b$ ;
3. trova le equazioni di tutti i suoi asintoti;
4. trova i valori di  $a$  e  $b$  in modo tale che la funzione intersechi l'asse  $x$  in  $(\ln 3; 0)$  e che la tangente nel punto di flesso formi con l'asse delle ascisse un angolo pari a  $\frac{\pi}{4}$ ;
5. Utilizzando i valori  $a = 3$  e  $b = 1$ , trovati al punto 4, rappresenta graficamente la funzione trovata.

### Problema 2

Considera la funzione  $y = \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{x^2}$

1. Calcola i valori di  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  in modo che il suo grafico abbia un flesso nel punto di ascissa 2, abbia tangente inflessionale passante per i punti di coordinate  $(0; -\frac{3}{2})$  e  $(6; 6)$  e incontri l'asse delle ascisse nel punto  $(-2; 0)$ .
2. Traccia il grafico della funzione corrispondente ai valori di  $a = 1$ ,  $b = 0$ ,  $c = -3$  e  $d = 2$  trovati al punto precedente.
3. Scrivi l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse  $y$ , tangente alla funzione nel suo punto  $C$  di ascissa  $-1$  e con vertice sull'asse  $y$ .
4. Determina il rettangolo inscritto nella parabola, individuato dalla retta di equazione  $y = k$  e dall'asse delle  $x$ , di area massima.

## QUESITI

### QUESITO 1

Studia la derivabilità della seguente funzione

$$y = \begin{cases} e^{|x|} & \text{se } x < 1 \\ \frac{1-x}{x-2} & \text{se } x \geq 1 \wedge x \neq 2 \end{cases}$$

### QUESITO 2

Determina i valori  $a$  e  $b$  affinché la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x+1} & -8 \leq x < 0 \\ ax^2 + bx + 1 & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

verifichi le ipotesi del teorema di Rolle nell'intervallo  $[-8; 1]$ . Trova poi i punti la cui esistenza è garantita dal teorema.

### QUESITO 3

Data una semicirconferenza di diametro  $\overline{AB} = 2r$ , traccia la tangente  $t$  in  $A$  e, preso sulla semicirconferenza un punto  $P$ , indica con  $C$  la sua proiezione su  $t$ . Trova  $P$  in modo che la somma  $\overline{PB} + \overline{PC}$  sia massima.

### QUESITO 4

Studia la continuità e determina gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{|x^2 - 1|}.$$

### QUESITO 5

Determina le equazioni degli eventuali asintoti della funzione  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x + 4}$ .

### QUESITO 6

Dimostra il seguente limite notevole  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$

### QUESITO 7

Considera la funzione:

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e.$$

Determina per quali valori dei parametri reali  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  ed  $e$  la funzione  $f(x)$  è pari, il suo grafico ha due flessi di ascisse  $\pm 1$ , le tangenti al grafico della funzione nei suoi punti di flesso sono perpendicolari fra loro e il grafico passa per il punto  $A(\sqrt{6}; 0)$ .

Verifica che il problema è risolto da due diverse funzioni che hanno il grafico simmetrico rispetto all'asse  $x$ .

### QUESITO 8

Calcola il seguente integrale:

$$\int \frac{9x - 3}{x^2 + 1} dx$$