SECONDA PROVA SCRITTA - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO -

CORSO DI ORDINAMENTO
Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Siano assegnate le due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ con $g(x) = \ln\left(\frac{4x^2-1}{x^2}\right)$ e $f(x) = \frac{x^4}{2}g'(x)$

a. Determinare $f(x)$

b. Per $f(x) = \frac{x^3}{4x^2-1}$ studiare la funzione $y = f(x)$ e rappresentare il grafico G_f su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali, *xOy*, dopo aver determinato, in particolare, i suoi punti di massimo, minimo e flesso e i suoi asintoti.

c. Determinare l'equazione della retta *t* tangente a G_f nel suo punto di ascissa $x = \frac{3}{2}$

d. Calcolare l'area della regione finita di piano delimitata dal grafico G_f, dall'asse *x* e dalle rette di equazione $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $x = 3$.

PROBLEMA 2

Nel piano riferito a coordinate cartesiane ortogonali monometriche (x, y) è assegnata la funzione

$$y = \frac{ax^2 + bx + 3}{x - 2}$$

con *a* e *b* sono numeri reali non nulli.

a. Determinare i valori dei parametri *a* e *b* per i quali la curva ha per asintoto la retta di equazione $y = 2x - 1$

b. Studiare la funzione $y = f(x)$ e rappresentare il grafico G_f su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali, *xOy;*

c. Determinare l'equazione della *retta normale* al grafico G_f nel suo punto *A* di ascissa $x = 1$

d. Calcolare l'area della regione finita di piano delimitata dal grafico G_f, dall'asse *x* e dalle rette di equazione $x = \frac{5}{2}$ e $x = 4$

QUESTIONARIO

1. Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{e^{-3x}\sqrt{x-2}}{\ln(x^2-4x+3)} \quad \text{e} \quad g(x) = \sqrt{\frac{x^2-3x}{4-x^2}}$$

2. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{3x}{3x-6}$. Risolvere la seguente disequazione

$$2xf(x) + \ (2x^2+2x)f'(x) \ + (2x^3-8x)f''(x) \ \leq 0$$

3. Determinare il punto della curva $y = 3x + 2$ più *vicina* al punto $A\ (\ 2\ ;\ -1)$

4. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2-(b+3)x+6 & se\ x \leq 3 \\ \ln(x-2) & se\ x > 3 \end{cases}$$

Verificare per quali valori di *b* la funzione soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo [2; 4] e determinare l'ascissa del punto di cui la tesi del teorema assicura l'esistenza.

5. Calcolail seguente limite

$$\lim_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{3x}}$$

6. Siano date le funzioni $f(x) = \frac{e^{2x}+1}{e^x}$ e $g(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x}$

   a) Verificare che $f(x)$ è la derivata di $g(x)$

   b) Calcolare il valore dell'integrale $\int_0^1 f(x)g(x)dx$

7. Calcolare il valore medio della funzione $f(x) = \begin{cases} -(\ 1-x) & 1 \leq x \leq 4 \\ 2+\ e^{x-4} & 4 < x \leq \ 6 \end{cases}$

   nell'intervallo [1 ; 6] e determinare, inoltre, l'ascissa del punto in cui la funzione assume tale valore.

8. Sia data la curva di equazione $y = \frac{\pi\ sinx}{x}$, verificare che le tangenti alla curva in $x = \pi$ e $x = -\pi$ si intersecano ad angolo retto

Durata massima della prova: 6 ore.
È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 205 Art. 17 comma 9).
Non è consentito uscire dall'aula prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.