



Ministero dell'istruzione e del merito

A002 - ESAME DI STATO CONCLUSIVO DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE

Indirizzi: LI22 – SCIENTIFICO QUADRIENNALE,
LI23 – SCIENTIFICO OPZIONE SCIENZE APPLICATE QUADRIENNALE

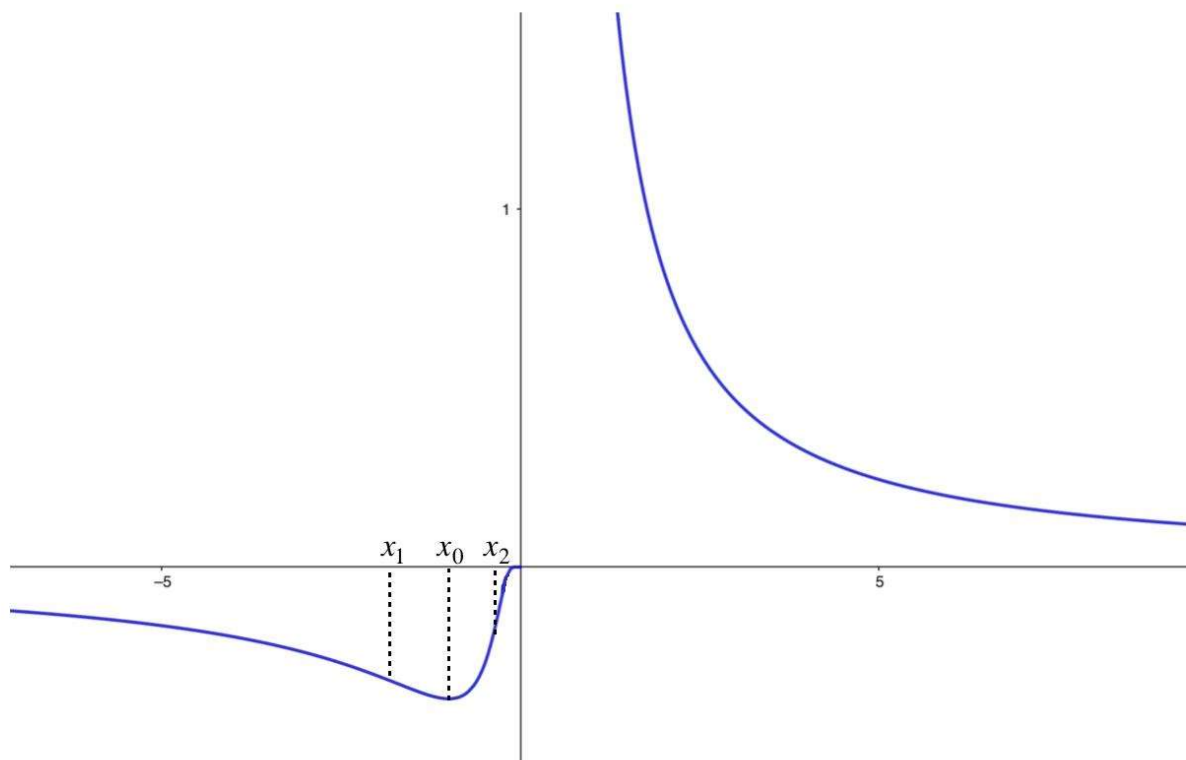
Disciplina: MATEMATICA

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Si consideri la funzione $y = f(x)$ il cui grafico Γ è rappresentato in figura.

Nei punti di ascissa x_0 , x_1 e x_2 la funzione ammette, rispettivamente, un punto stazionario e due punti di flesso.



a) Individuare, giustificando la risposta, quale tra le seguenti funzioni è rappresentata dal grafico Γ .

$$f_1(x) = xe^{\frac{1}{x}}, \quad f_2(x) = \frac{e^x}{x}, \quad f_3(x) = xe^{(1-x)}, \quad f_4(x) = \frac{e^{(1-x)}}{x}.$$



Ministero dell'istruzione e del merito

A002 - ESAME DI STATO CONCLUSIVO DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE

Indirizzi: LI22 – SCIENTIFICO QUADRIENNALE,
LI23 – SCIENTIFICO OPZIONE SCIENZE APPLICATE QUADRIENNALE

Disciplina: MATEMATICA

- b) Spiegare perché la funzione in figura non è invertibile nel suo dominio e individuare una opportuna restrizione in cui la funzione è invertibile. Rappresentare il grafico della funzione f' deducendolo dal grafico Γ .
- c) Stabilire, illustrando il ragionamento seguito, se esiste un intervallo $[a; b]$ in cui entrambe le funzioni f_1 e f_2 soddisfano le ipotesi del teorema di Rolle.
Determinare l'ampiezza dell'angolo acuto compreso tra le rette r ed s tangenti rispettivamente alle funzioni f_1 e f_2 nel loro punto comune di ascissa positiva.
- d) Determinare l'espressione della primitiva di $y = f_3(x)$ passante per il punto $P(0, -e)$. Calcolare il rapporto $\frac{A_1}{A_2}$ dove A_1 è l'area della regione piana compresa tra l'asse delle ordinate, la retta $y = 1$ e il grafico di f_3 e A_2 è l'area della regione piana compresa tra il grafico della funzione f_3 e il semiasse positivo delle ascisse.

PROBLEMA 2

Si consideri la funzione $f_a(x) = \frac{e^{|x|+a}}{|x|+a}$, con a parametro reale.

a) Dimostrare che:

- f_a è una funzione pari $\forall a \in \mathbb{R}$;
- f_a ha dominio $D = \mathbb{R}$ se e solo se $a > 0$;
- f_a è derivabile $\forall x \in \mathbb{R}$ se e solo se $a = 1$.

Si ponga, d'ora in avanti, $a = 1$.

b) Studiare la funzione f_1 e tracciare il suo grafico rappresentativo Γ .

c) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico Γ nel suo punto di ascissa 1.

d) A partire dal grafico Γ , dedurre il grafico Ω della curva di equazione $g(x) = \frac{1}{f_1}$. Determinare l'area della regione finita di piano delimitata da Ω , dall'asse delle ascisse e dalle rette $x = -1$ e $x = 1$.



Ministero dell'istruzione e del merito

A002 - ESAME DI STATO CONCLUSIVO DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE

Indirizzi: LI22 – SCIENTIFICO QUADRIENNALE,
LI23 – SCIENTIFICO OPZIONE SCIENZE APPLICATE QUADRIENNALE

Disciplina: MATEMATICA

QUESITI

1. Fornire una dimostrazione del teorema di Viviani: dato un triangolo equilatero, la somma delle tre distanze di un qualunque punto interno dai lati del triangolo è uguale all'altezza del triangolo stesso.
2. Un sacchetto contiene nove palline, numerate da 1 a 9. Si estraggono in blocco cinque palline: qual è la probabilità che la somma dei numeri usciti sia maggiore di 15 e minore di 35? Qual è la probabilità che la somma dei numeri usciti sia dispari?
3. Determinare l'equazione della superficie sferica, tangente nell'origine di un sistema di assi cartesiani al piano $\alpha : x + y - z = 0$, il cui centro appartiene al piano $\pi : 2x + y + z + 4 = 0$.
4. Si dimostri che, fra tutti i triangoli rettangoli di perimetro assegnato p , quello isoscele ha la massima area.
5. Studiare continuità e derivabilità della funzione $f(x) = \begin{cases} |x| \ln|x| & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$. Stabilire se l'origine è un punto di massimo o di minimo per la funzione.
6. Dopo aver determinato il dominio della funzione $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{2 - x}$, scrivere le equazioni di tutti i suoi asintoti.
7. Tra tutte le curve di equazione $f_a(x) = ax^2 - 2ax - 3a$, con a parametro reale non nullo, determinare il valore di a affinché l'area racchiusa tra la funzione e l'asse delle ascisse valga $\frac{16}{3}$.
8. Il Gallio-67, radionuclide utilizzato nella diagnostica medica, ha una percentuale di decadimento pari a 1,48% all'ora. Il modello matematico che descrive il fenomeno ha la forma $g(t) = g_0 e^{-kt}$, con $k > 0$ e il tempo $t \geq 0$ espresso in ore. Determinare la costante k . Se nell'istante iniziale la massa g_0 risulta di 100 mg, quanti milligrammi di sostanza saranno presenti dopo un giorno?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche o grafiche purché non siano dotate della capacità di elaborazione simbolica algebrica e non abbiano la disponibilità di connessione a Internet.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla consegna della traccia.