QUESITO 3

$$y = a \log^2 x + b \log x$$

a) $y' = (2a \log x) \frac{1}{x} + b \cdot \frac{1}{x}$

$y'(\sqrt{e}) = 0 \Rightarrow 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{e}} + \frac{b}{\sqrt{e}} = 0$

$\boxed{a + b = 0}$

$y(\sqrt{e}) = -\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{a + 2b = -1}$

da cui $\boxed{\begin{array}{l} b = -1 \\ a = 1 \end{array}}$ (e)

b) $\boxed{y = \log^2 x - \log x}$ I.D. $x > 0$

$y = 0 \Rightarrow \log x (\log x - 1) = 0 \left\langle \begin{array}{l} x = 1 \\ x = e \end{array} \right.$

$y > 0$ per $\log x < 0 \Rightarrow 0 < x < 1$

oppure $\log x > 1 \Rightarrow x > e$

$y' = \frac{1}{x}(2 \log x - 1) > 0$ per $\log x > \frac{1}{2}$

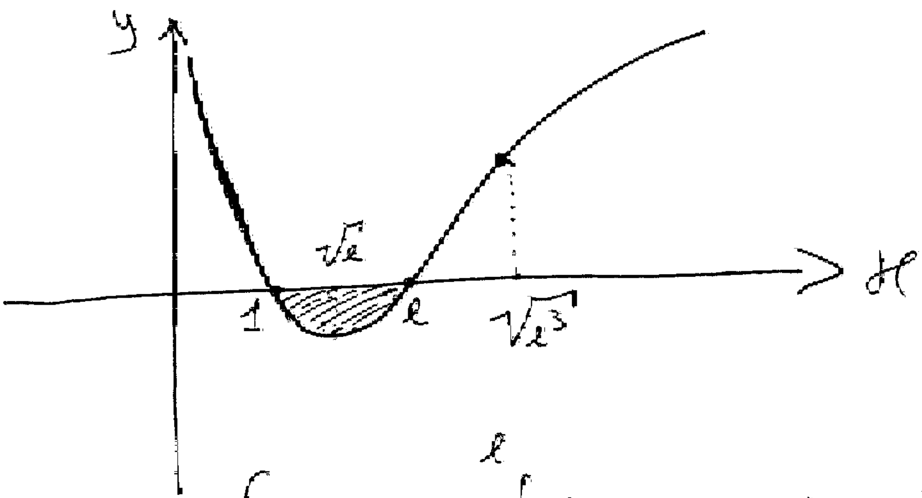
cioè $x > \sqrt{e}$; minimo $\left(\sqrt{e} ; -\frac{1}{4}\right)$

$$y'' = \frac{1}{x^2}(3 - 2\log x) > 0$$

per $\log x < \frac{3}{2} \Rightarrow 0 < x < e^{\frac{3}{2}}$

$f(e^{\frac{3}{2}}) = \frac{3}{4} \Rightarrow$ Flesso $(\sqrt{e^3}; \frac{3}{4})$

$\lim\limits_{x \to 0^+} y = +\infty \qquad \lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$



$$A = -\int_1^e (\log^2 x - \log x)\,dx$$

$\log x = t \Rightarrow x = e^t$; $dx = e^t dt$

$I = \int (t^2 - t)e^t dt$; integrando per parti con $e^t dt$ "fattor differenziale"

$(t^2 - t)e^t - \int (2t-1)e^t dt$, ed integrando ancora per parti $I = e^t(t^2 - 3t + 3) + K$

$x = 1 \Rightarrow t = 0$; $x = e \Rightarrow t = 1$

$$A = -\left[e^t(t^2 - 3t + 3)\right]_0^1 =$$

$$= \boxed{3 - e}$$

— o —

La probabilità che esca per tre volte "un dato" numero lanciando un dado 5 volte è data da:

$$\binom{5}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^2 = p$$

La probabilità richiesta sarà quindi $6 \cdot p = \frac{250}{6^5} = \frac{125}{648}$

═ o ═