

LICEO SCIENTIFICO PNI SUPPLETIVA 1999 - PROBLEMA 3

Una ditta dispone di 10 linee telefoniche. La probabilità, in un istante qualsiasi, che una data linea sia occupata è $1/5$. Determinare il numero medio di linee telefoniche libere.

La probabilità che una linea telefonica sia libera è $\frac{4}{5}$. Quindi mediamente si avranno $10 \cdot \frac{4}{5} = 8$ linee libere.

- a) Calcolare per ogni istante – con due cifre significative – la probabilità che tutte le linee siano occupate.

La probabilità richiesta è data da: $\left(\frac{1}{5}\right)^{10} = \frac{1}{9765625} \cong 1.02 \cdot 10^{-7}$.

- b) Calcolare per ogni istante – con due cifre significative – la probabilità che almeno una linea sia libera.

La probabilità richiesta corrisponde alla probabilità che le linee non siano tutte occupate. La probabilità che siano tutte occupate è $\left(\frac{1}{5}\right)^{10}$, la probabilità che non siano tutte occupate è $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10} = \frac{9765624}{9765625} \cong 0.9999998976 \cong 1.00$.

- c) Calcolare per ogni istante – con due cifre significative – la probabilità che almeno una linea sia occupata.

La probabilità richiesta corrisponde alla probabilità che le linee non siano tutte libere. La probabilità che siano tutte libere è $\left(\frac{4}{5}\right)^{10}$, la probabilità che non siano tutte libere è $1 - \left(\frac{4}{5}\right)^{10} = \frac{8717049}{9765625} \cong 0.89$.

- d) Calcolare per ogni istante – con due cifre significative – la probabilità che esattamente due linee siano libere.

Consideriamo l'evento "una linea è libera". Come già detto tale probabilità è $p = \frac{4}{5}$. Abbiamo 10 linee ($n=10$), vogliamo avere "2 successi". Si tratta quindi di una distribuzione binomiale con $p = \frac{4}{5}, q = 1 - p = \frac{1}{5}, n = 10, k = 2$. Quindi:

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \binom{10}{2} \left(\frac{4}{5}\right)^2 \left(\frac{1}{5}\right)^8 = \frac{144}{1953125} \cong 7.37 \cdot 10^{-5}$$

Con la collaborazione di Angela Santamaria