

### LICEO SCIENTIFICO PNI SUPPLETIVA 1999 - PROBLEMA 3

Una ditta dispone di 10 linee telefoniche. La probabilità, in un istante qualsiasi, che una data linea sia occupata è  $1/5$ . Determinare il numero medio di linee telefoniche libere.

La probabilità che una linea telefonica sia libera è  $\frac{4}{5}$ . Quindi mediamente si avranno  $10 \cdot \frac{4}{5} = 8$  linee libere.

- a) Calcolare per ogni istante – con due cifre significative – la probabilità che tutte le linee siano occupate.

La probabilità richiesta è data da:  $\left(\frac{1}{5}\right)^{10} = \frac{1}{9765625} \cong 1.02 \cdot 10^{-7}$ .

- b) Calcolare per ogni istante – con due cifre significative – la probabilità che almeno una linea sia libera.

La probabilità richiesta corrisponde alla probabilità che le linee non siano tutte occupate. La probabilità che siano tutte occupate è  $\left(\frac{1}{5}\right)^{10}$ , la probabilità che non siano tutte occupate è  $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10} = \frac{9765624}{9765625} \cong 0.9999998976 \cong 1.00$ .

- c) Calcolare per ogni istante – con due cifre significative – la probabilità che almeno una linea sia occupata.

La probabilità richiesta corrisponde alla probabilità che le linee non siano tutte libere. La probabilità che siano tutte libere è  $\left(\frac{4}{5}\right)^{10}$ , la probabilità che non siano tutte libere è  $1 - \left(\frac{4}{5}\right)^{10} = \frac{8717049}{9765625} \cong 0.89$ .

- d) Calcolare per ogni istante – con due cifre significative – la probabilità che esattamente due linee siano libere.

Consideriamo l'evento "una linea è libera". Come già detto tale probabilità è  $p = \frac{4}{5}$ . Abbiamo 10 linee ( $n=10$ ), vogliamo avere "2 successi". Si tratta quindi di una distribuzione binomiale con  $p = \frac{4}{5}, q = 1 - p = \frac{1}{5}, n = 10, k = 2$ . Quindi:

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \binom{10}{2} \left(\frac{4}{5}\right)^2 \left(\frac{1}{5}\right)^8 = \frac{144}{1953125} \cong 7.37 \cdot 10^{-5}$$

Con la collaborazione di Angela Santamaria