>> La soluzione di Angelo Toma del problema di Aprile 2002 <<

Consideriamo la funzione a tre variabili (costruita con la legge data nel problema): $t(x, y, z) = x/(x^2 + 8yz)^{1/2} + y/(y^2+8xz)^{1/2} + z/(z^2+8xy)^{1/2}$.
Notiamo che t (h, h, h)=1; cioè, nei punti della retta (nello spazio) di equazioni parametriche ridotte x = z ; y = z la funzione assume valore 1.
Ci chiediamo se questi punti possono essere di minimo (se si, avremmo dimostrato la nostra tesi). Consideriamo allora una generica retta di equazioni parametriche ridotte x = mz, y =nz. Sostituendo nella legge della funzione t e facendo gli opportuni calcoli si ottiene la funzione :
$f(m, n) = m/(m^2+8n)^{1/2} + n/(n^2+8m)^{1/2} + 1/(1+8mn)^{1/2}$. Studiando tale funzione, si vede che il punto (1,1) è di minimo (le derivate prime in esso sono nulle, le seconde valgono 8/27 rispetto alla stessa variabile, -4/27 rispetto ad entrambe le variabili, l’hessiano è positivo).
In definitiva, la retta avente parametri direttori ridotti (m, n, 1)=(1, 1, 1) è sede di punti di minimo; nell’intorno di essa la funzione assume valori maggiori di 1.Con ciò è dimostrata la tesi del problema.