## SOLUZIONE PROBLEMA DI FEBBRAIO 2004

Il problema in questione, una generalizzazione del primo problema di Pappo nel quale i tre punti sono allineati, è stato risolto da Castillon nel 1776.

### PROBLEMA DI CASTILLON

### TEOREMA

Data una circonferenza $\Gamma$ e tre punti P, Q e R distinti e non appartenenti a $\Gamma$, indichiamo con p, q, e r rispettivamente le inversioni di centro P, Q e R che lasciano fissa la circonferenza $\Gamma$.

Esiste un triangolo ABC inscritto in $\Gamma$ tale che $R\in AB$, $Q\in AC$ e $P\in BC$ sse esiste un punto $B\in \Gamma$ tale che : $p\circ q\circ r\,(B)= B$

Per una dimostrazione del teorema (che utilizza tra l'altro il teorema dell'esagono di Pascal ) si può visionare la pagina web :

http://pageperso.canl.nc/starck/

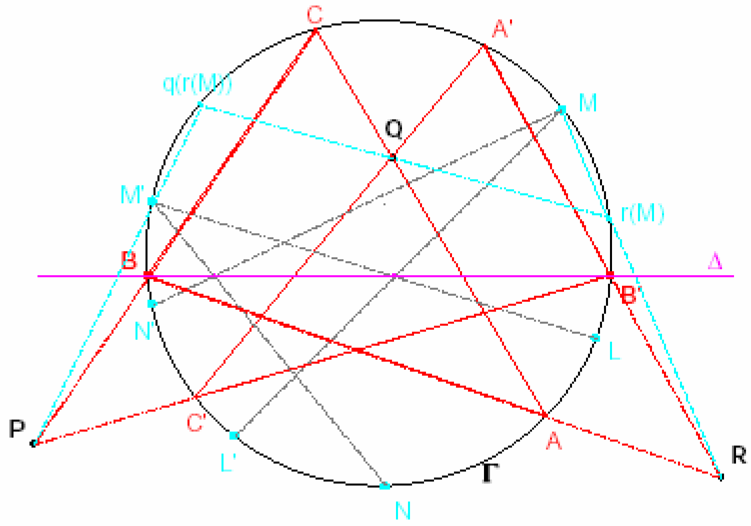
### LA COSTRUZIONE

Nel caso in cui il problema sia risolubile il triangolo ABC richiesto può essere effettivamente costruito nel seguente modo.

Indicati con M, N e L tre punti di $\Gamma$, poniamo: M' = $p\circ q\circ r$ (M), N' = $p\circ q\circ r$ (N) e L' = $p\circ q\circ r$ (L).
Il teorema assicura che le intersezioni MN' $\cap$ M'N e ML' $\cap$ M'L individuano l'asse $\Delta$ della trasformazione $p\circ q\circ r$ (il luogo dei suoi punti fissi). Nell'ipotesi fatta di risolubilità del problema, $\delta \cap \Gamma$ è non vuoto. Indicato con B uno dei punti fissi di $\Gamma$, gli altri due vertici del triangolo sono A = r(B) e C = q(A).

### ESEMPIO

In questo esempio ci sono su $\Gamma$ due punti fissi B e B'. Si hanno così due soluzioni, il triangolo ABC e il triangolo A'B'C'.


C
A'
q(r(M))
M
Q
M'
r(M)
B
Δ
B'
N'
L
P
C'
L'
A
R
Γ
N