

Hola! Ogni tanto ci si sente, eh? Anno nuovo, esercizi nuovi.

Questa volta (come moltre altre) la mia nn è una vera propria soluzione, cmq ecco la sol al gioco di Gennaio di Aris

Per verificare che $a_{100} > 14$ potrei esprimere la serie in forma chiusa e farlo direttamente. Dato che nn sono capace di farlo e nn ho voglia di andare a tentativi e verificare per induzione, ho scritto un pò di righe in TP.

```
Program kappa;
uses crt;
var cont :integer;
    ris :real;
begin
  clrscr;
  ris:=1;
  for cont:=2 to 100 do
    ris:=ris+1/ris;
  writeln(ris:3:3);
end.
```

Il ris è 14.214 e il 14 si è già superato dà un bel pezzo!

Per verificare che la serie è divergente usiamo un trucchetto che spero sia corretto. Consideriamo la serie $1+1/2+1/3+1/4..$ [1]

Da questa ne prendiamo un'altra, avente per ennesimo termine la somma dei primi n termini della [1]. E' fatto noto che questa serie è divergente (la dimostrazione nn la so, ma si trova da tutte le parti). Espressa in forma ricorsiva, quest'ultima serie è:

$a_1=1;$
 $a_n=a_{(n-1)}+1/n;$

Dimostriamo che la serie che noi dobbiamo dimostrare essere divergente è una maggiorante della [1] e quindi, per il teorema del confronto, tende ad infinito per n tendente ad infinito. Questo equivale a dimostrare che $a_n < n$. Infatti in tal caso $1/a_n > 1/n$. Partendo le due serie dal medesimo numero 1 il tutto risulta chiaro.

Procediamo per induzione. Verifichiamo che sia vero per $n=1$ (qui è vero con segno uguale) ed $n=2$ (strettamente minore). Ammettiamo ora che sia vero per n e guardiamo $n+1$.

Hp: $a_n < n$

Quindi sommando il medesimo termine:

$a_{(n)}+1/a_{(n)} < n+1/a_{(n)}$
 $a_{(n+1)} < n+1/a_{(n)}$

Ma $1/(a_{(n)})$ dal secondo termine in poi è sicuramente < 1 . Possiamo quindi scrivere:

$a_{(n+1)} < n+1$

che era quello che si voleva dimostrare c.v.d.

Come ho già detto, nn credo sia una vera e propria sol: a te il giudizio.

Ciao

Aris