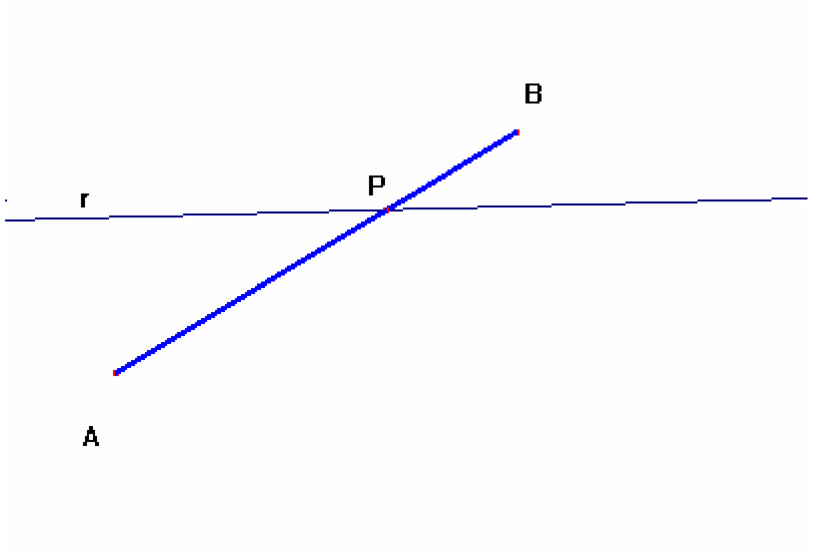
MAURIZIO CASTELLAN - PROBLEMA DI GIUGNO 2004

1° QUESITO

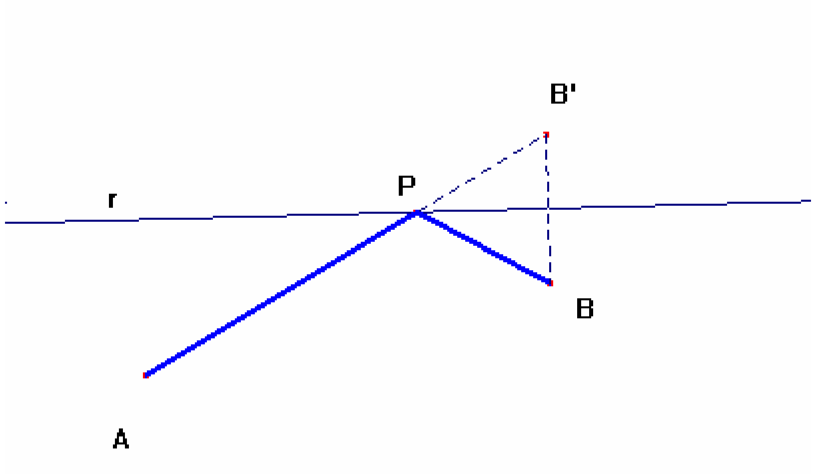
Per il teorema di Erone si possono applicare le seguenti costruzioni (supponendo A≠B)

SOMMA DELLE DISTANZE MINIMA:

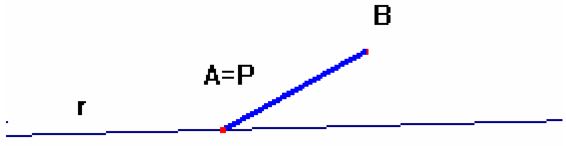
1° caso: A e B appartenenti ai due diversi semipiani determinati da r.
Il punto P cercato è l'intersezione tra la retta AB e la retta r.



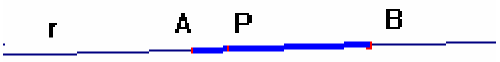
2° caso: A e B appartenenti allo stesso semipiano determinato da r.
Si costruisce il punto B' simmetrico di B rispetto alla retta r. Il punto P cercato è l'intersezione tra la retta AB' e la retta r.



3° caso: A appartenente ad r. Il punto P cercato è A.

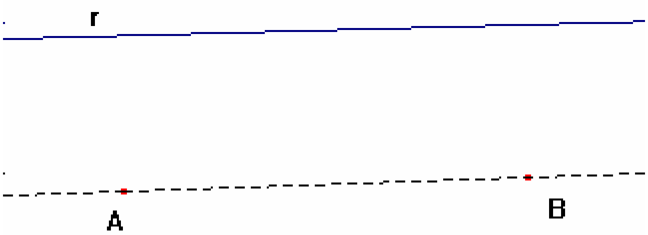


4° caso: A e B appartengono ad r.
Il punto P cercato è un qualsiasi punto appartenente al segmento AB.

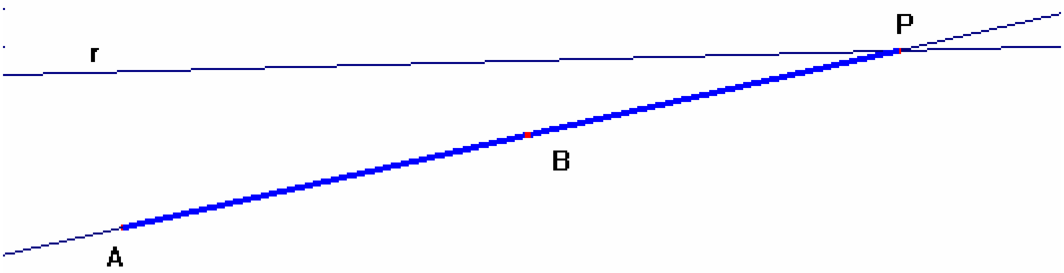


DIFFERENZA DELLE DISTANZE MASSIMA

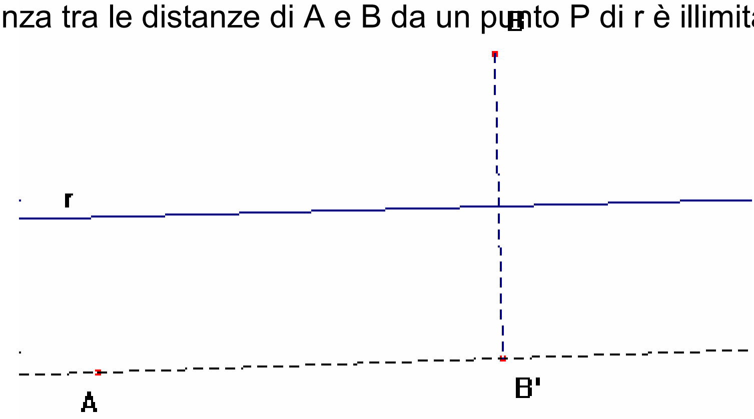
1° caso: A e B appartenenti allo stesso semipiano determinato da r. Se la retta AB è parallela ad r la differenza tra le distanze di A e B da un punto P di r è illimitata:



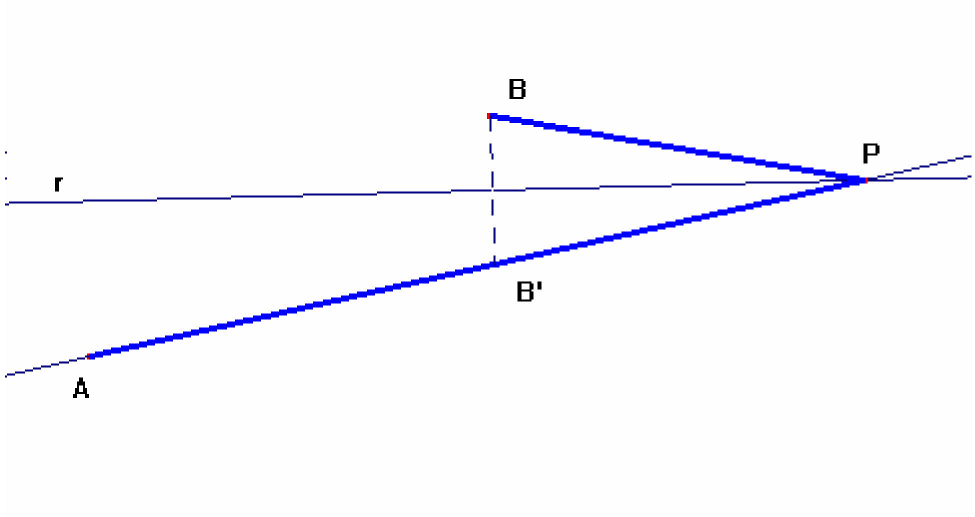
altrimenti il punto P cercato è l’intersezione tra la retta AB e la retta r:



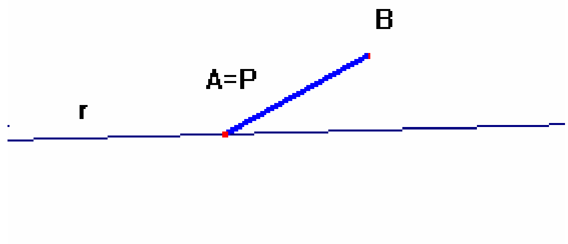
2° caso: A e B appartenenti ai due diversi semipiani determinati da r.
Si costruisce il punto B’ simmetrico di B rispetto alla retta r. Se la retta AB’ è parallela ad r la differenza tra le distanze di A e B da un punto P di r è illimitata.



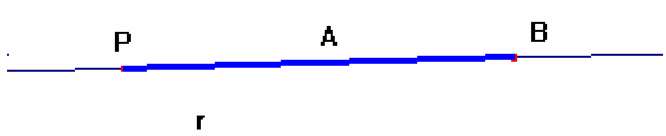
altrimenti il punto P cercato è l'intersezione tra la retta AB' e la retta r:



3° caso: A appartenente ad r.
Il punto P cercato è A.



4° caso: A e B appartengono ad r.
Il punto P cercato è A o B o un qualsiasi punto fuori dal segmento AB.



2° QUESITO

I triangoli ABC con la stessa base AB e uguale area, hanno il terzo vertice C su una retta r parallela al lato AB. Il triangolo con minore perimetro dovrà essere tale che la somma delle distanze tra A e B e il vertice C sia minima; ma per la prima parte del problema questo si avrà in corrispondenza del punto C ottenuto intersecando la retta AB' con la retta r, dove B' è il simmetrico di B rispetto alla retta r. Indicato con H il punto di intersezione tra la perpendicolare per B a r e r stessa, si ha:
BH = HB' , CB=CB' (i triangoli CB'H e CBH sono uguali), AB' è il doppio di CB' cioè AC+CB'= CB'+CB' (i triangoli AB'B e CB'H sono simili) e infine AC=CB'=CB. Il triangolo con perimetro minimo è quello isoscele.