

Sia $2a$ il lato del triangolo $AB'C'$. Allora $AL = \sqrt{3}a$ e $AG = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Prolungo AB' fino ad incontrare in C'' la retta CB .

Sia x l'angolo $AC''C$.

Nel triangolo $C''CA$ gli angoli $C''CA = 120^\circ$ e $C''AC = (60^\circ - x)$

Nel triangolo ABC' l'angolo $BAC' = x$ (per differenza sull'angolo piatto $C''AB'$), quindi, poiché $ABC' = 120^\circ$ l'angolo $BC'A = (60^\circ - x)$.

Quindi i triangoli $C''CA$ e ABC' sono congruenti (1 lato e i 2 angoli adiacenti congruenti) e in particolare $C''A = AC' = 2a$

Il triangolo $C''AC'$ è dunque isoscele, quindi gli angoli alla base sono uguali: $x = 60^\circ - x$
Quindi $x = 30^\circ$.

Il triangolo $C''C'B'$ è dunque rettangolo in C' e $AL \parallel C''C'$.

Applicando il Teorema dei Seni al triangolo $AC''C$ ottengo che $C''C = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$, e quindi

necessariamente $CG \parallel AC''$, da cui $AGC = GCB = 30^\circ$ (alterni interni rispetto a GC) e quindi GC è bisettrice di ACB .

CVD

Nota. Il disegno è pessimo ... abbiate pazienza! ☺

