PROBLEMA NOVEMBRE 2004- Alex Paci

***

Due insiemi si dicono equipotenti se possono essere messi in corrispondenza biunivoca.
Dimostrare che l'intervallo aperto di numeri reali (0;1) è equipotente all'intervallo chiuso di numeri reali [0;1].

***

Indicando con A e C, rispettivamente, l'intervallo aperto (0;1) e l'intervallo chiuso [0;1], cerchiamo una funzione biunivoca:
$f : C \leftrightarrow A$

La seguente funzione, per esempio, è evidentemente biunivoca e dimostra che i due insiemi sono equipotenti:

essendo $P = \left\{ \frac{1}{n} \right\} \subset A \subset C$ per n=2,3,4,...
e $x \in C$

$f(x) =$

- x se $x \in C - P - \{0;1\}$
- $\frac{1}{n+2}$ se $x = \frac{1}{n} \in P$
- $\frac{1}{2}$ se $x = 0$
- $\frac{1}{3}$ se $x = 1$