Luigi Bernardini

... un aperto è equipotente ad un chiuso

Due insiemi si dicono equipotenti se possono essere messi in corrispondenza biunivoca.
Dimostrare che l'intervallo aperto di numeri reali (0;1) è equipotente all'intervallo chiuso di numeri reali [0;1].

L'intervallo chiuso di numeri reali [0,1] è equipotente all'intervallo aperto di numeri reali (0,1) perché si può stabilire un accoppiamento biunivoco tra gli elementi x del primo intervallo e gli elementi y del secondo.

Uno tra gli infiniti possibili accoppiamenti è quello descritto dalla funzione y = f(x) definita dalle equazioni

(1) se $x = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ con $n \in \mathbf{N}$ $y = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$

(2) se $x = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ con $n \in \mathbf{N}$ $y = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)$

(3) altrimenti y = x

Le coppie (1) sono le seguenti

n	x	y
1	0	1/4
2	1/4	1/3
3	1/3	3/8

....

Le coppie (2) sono le seguenti

n	x	y
1	1	3/4
2	3/4	2/3
3	2/3	5/8

....

Le coppie (3) sono costituite da numeri eguali tra loro e
- a tutti i numeri razionali non rappresentabili da (1) e (2)
- a tutti i numeri irrazionali.