

LA SEZIONE AUREA

Consideriamo un segmento AB di lunghezza L e dividiamolo in due parti AC=a e BC=b con a>b. Si dice che AB è diviso in sezione aurea se il rapporto fra il segmento AB ed AC è uguale al rapporto fra il segmento AC e CB, cioè:

$$\frac{L}{a} = \frac{a}{b}$$

In modo equivalente: *la sezione aurea di un segmento è quella parte del segmento che è media proporzionale fra l'intero segmento e la parte rimanente.*



Quindi: $AB:AC = AC:CB$, $L:a = a:b$, $\frac{L}{a} = \frac{a}{b}$.

Il rapporto $\frac{L}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$ è detto **rapporto aureo (o numero aureo)**

Cerchiamo il valore di φ .

Da $\frac{L}{a} = \frac{a}{b}$ si ha:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{a} + \frac{b}{a} = \frac{a}{b} \Rightarrow 1 + \frac{1}{\varphi} = \varphi \Rightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

Risolvendo questa equazione si ha: $\varphi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

Ma $\varphi > 0$ quindi:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.61803 \dots$$

Questo numero si può anche ottenere dalla **successione di Fibonacci**:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

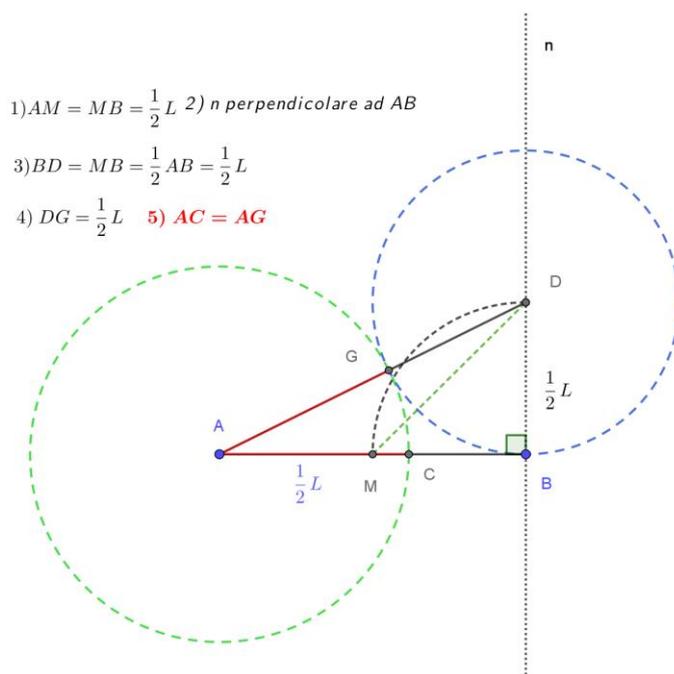
come limite per n che tende all'infinito del rapporto fra un termine ed il precedente. Infatti (partendo dal 2) si ha:

$$2/1 = 2, \quad 3/2 = 1.5, \quad 5/3 = 1.666666 \dots, \quad 8/5 = 1.6, \quad 13/8 = 1.625 \quad \text{etc.}$$

In generale, detto $f(n)$ il termine generico della successione di Fibonacci si ha:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n+1)}{f(n)} = \varphi$$

Per costruire la sezione aurea di un segmento di lunghezza $L = a + b$ si procede così:



1) $AM = MB = \frac{1}{2}L$ 2) n perpendicolare ad AB

3) $BD = MB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}L$

4) $DG = \frac{1}{2}L$ 5) $AC = AG$

- 1) Traccio il segmento $AB=L$
- 2) Traccio la perpendicolare n in B al segmento AB
- 3) Trovo il punto medio M del segmento AB
- 4) Con centro in B e apertura $BM = \frac{1}{2}AB$ trovo l'intersezione D di con n ($BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}L$)
- 5) Congiungo A con D . L'ipotenusa AD del triangolo rettangolo ABD è data da:

$$AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{L^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}L\sqrt{5}$$

- 6) Con centro in D e raggio DB traccio un arco che intersechi AD in un punto G
- 7) Si ha: $AG = AD - DG = AD - DB = \frac{1}{2}L\sqrt{5} - \frac{L}{2} = \frac{L(\sqrt{5}-1)}{2}$
- 8) Con centro in A e raggio AG traccio un arco che intersechi AB in C .

9) Il segmento AC è la sezione aurea di AB : la sezione aurea di un segmento di lunghezza L è $\frac{L(\sqrt{5}-1)}{2}$

Dimostriamo che si ha: $\frac{AB}{AC} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{L}{\frac{L(\sqrt{5}-1)}{2}} = \frac{2}{(\sqrt{5}-1)} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{4} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \varphi$$

Il rapporto aureo in natura

1) In **architettura**, per creare proporzioni piacevoli, viene spesso usato il rapporto aureo. Sembra che il simbolo φ con cui si indica il rapporto aureo, sia stato dato in onore dell'architetto greco **Fidia**. La facciata del **Partenone** può essere inscritta in un rettangolo i cui lati stanno nel rapporto aureo φ .

Altro esempio. Nella celebre **Piramide di Cheope** il rapporto tra la metà del lato del quadrato di base (circa 187 m) e l'altezza della piramide (circa 115 m) è dato da: $187/115 \cong 1.626$ che è molto vicino a φ .

2) **La disposizione delle foglie su un ramo** segue spesso la sezione aurea.

3) **Nel broccolo romanesco**.

4) Sembra che anche nella **Gioconda** di Leonardo da Vinci alcune proporzioni seguano il rapporto aureo.

5) Ritroviamo riferimenti alla sezione aurea anche nella forma della **conchiglia del Nautilus** (un mollusco).

6) Anche nelle spirali delle **galassie** e nelle curve degli **uragani** ci sono riferimenti alla sezione aurea.

7) Dimensioni delle strutture corporee di diversi animali, come le farfalle. Sembra che anche tra la distanza dell'ombelico del corpo umano dal suolo e l'altezza dell'uomo (per esempio nell'**Uomo di Vitruvio** di Leonardo da Vinci) ci siano legami con il rapporto aureo, come pure nelle **dimensioni del viso umano**.

Per ulteriori approfondimenti sulla sezione aurea si consulti la seguente pagina di Wikipedia:

[Sezione aurea - Wikipedia \(it.wikipedia.org/wiki/Sezione_aurea\)](https://it.wikipedia.org/wiki/Sezione_aurea)