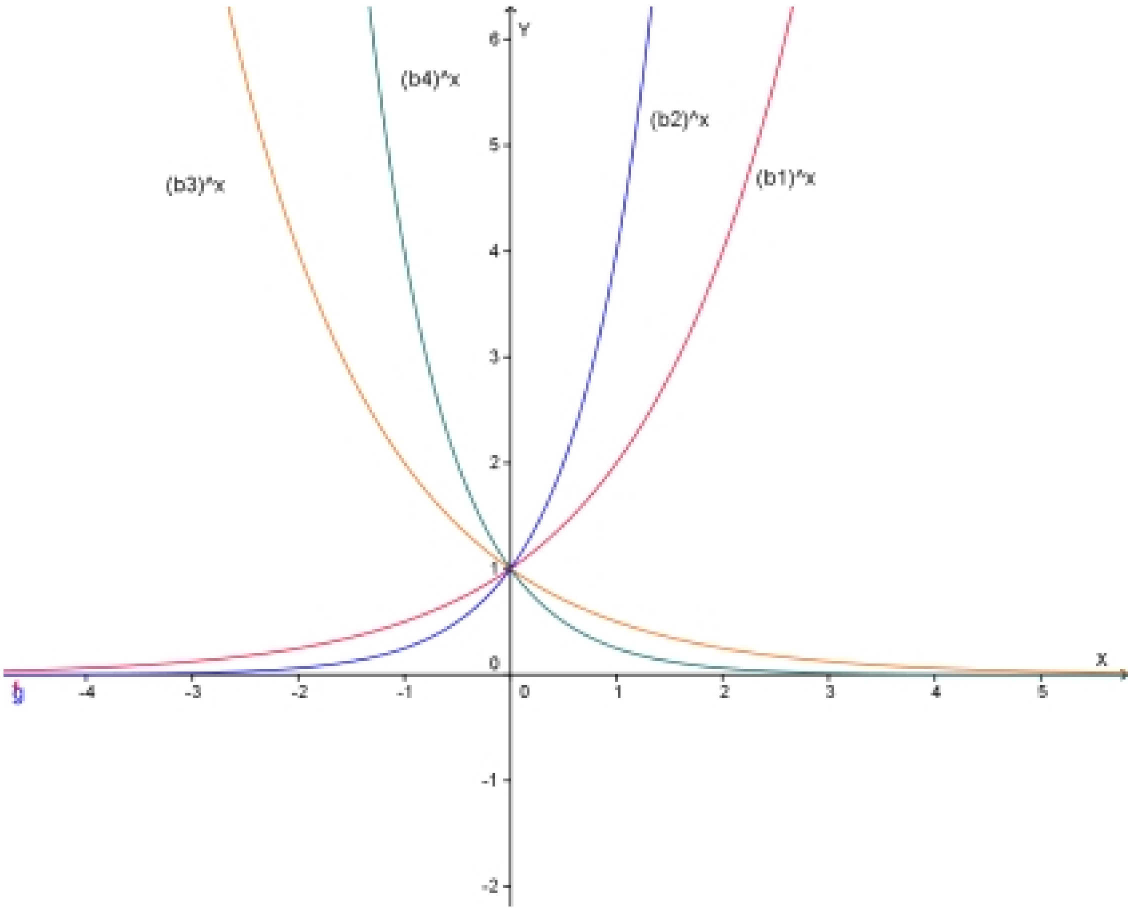
ORDINAMENTO 2010 - PROBLEMA 2

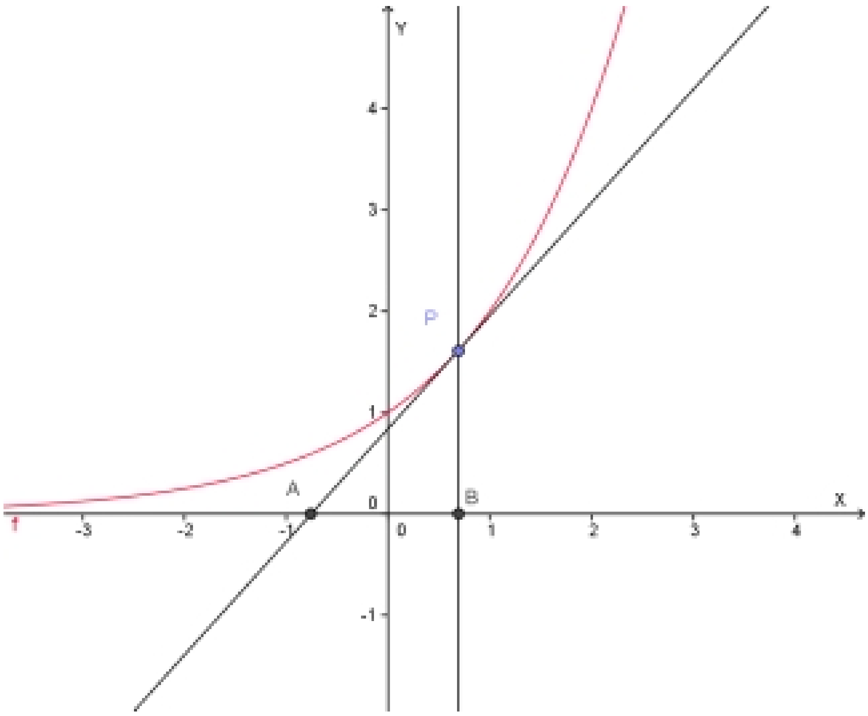
1)



Se b>1 la funzione è crescente e la relazione al variare di b è indicata nel grafico dove b1<b2

Se 0<b<1 la funzione è decrescente e la relazione al variare di b è indicata nel grafico dove b3>b4.

2)



b>1

$P=(t;b^t)$

$D(b^x)=b^x \ln b$

Tangente in P: $y-b^t=b^t \ln b(x-t)$: intersecando con y=0 troviamo A.

$x_A=\dfrac{t\ln b-1}{\ln b}$

$x_B=t$

$AB=x_B-x_A=...=\dfrac{1}{\ln b}=COSTANTE$

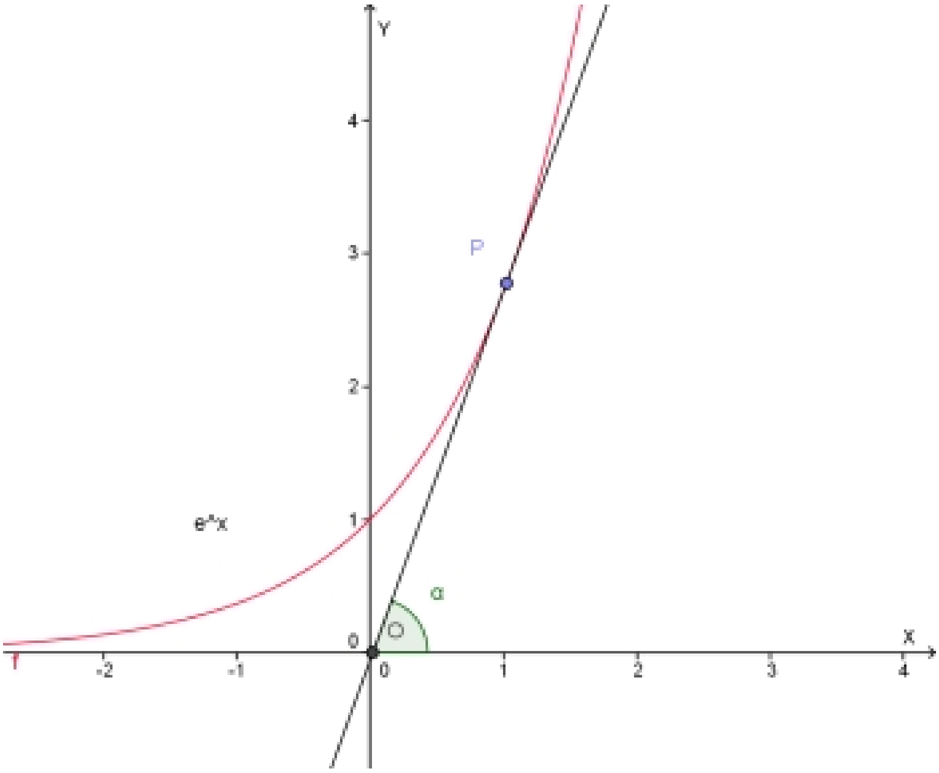
0<b<1

Con ragionamento analogo, data la simmetria delle curve rispetto all'asse y, si ha:

$AB=x_A-x_B=...=-\dfrac{1}{\ln b}=COSTANTE$

AB=1 se $\left|\dfrac{1}{\ln b}\right|=1$ da cui $\ln b=\pm 1 \Rightarrow b=e, b=\dfrac{1}{e}$

3)

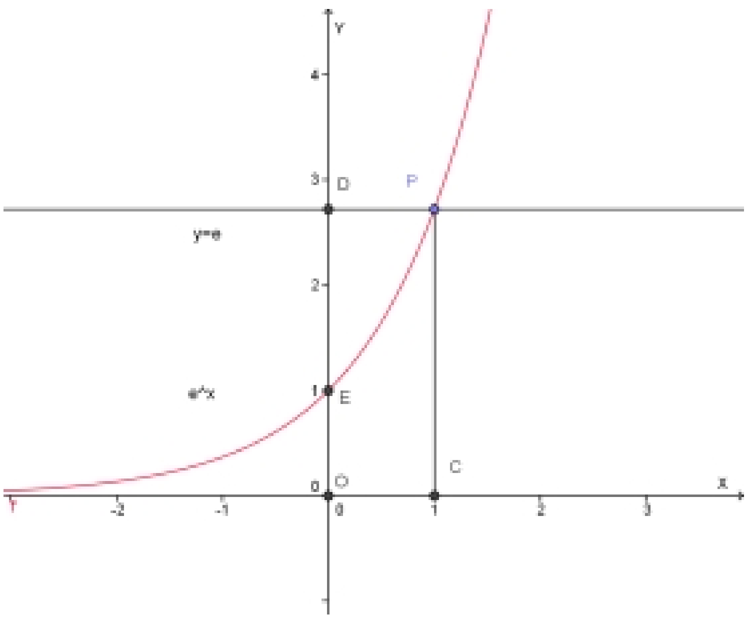


La tangente per O alla curva di equazione $y = e^x$ è del tipo y=mx dove $m = f'(t) = e^t$, avendo indicato con $(t; e^t)$ il punto di tangenza.

Ponendo $e^t = e^t t$ si ottiene t=1, quindi $tg\alpha = m = e^1 = e$

da cui $\alpha = tg^{-1}(e) = 1.218\ radianti$

4)



P(1;e)
C(1;0)

L’area richiesta è data dalla differenza tra l’area del rettangolo OCPD e l’area del trapezoide OCPE.

Area (EPD) = $e-\int_{o}^{1} e^{x} dx = e - \left[e^{x}\right]_{0}^{1} = e - e + 1 = 1$