

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato scelga a suo piacimento due dei seguenti problemi e li risolva.

1. È assegnata, nel piano riferito ad assi cartesiani ortogonali Oxy, la curva g di equazione

$$y = 1 - \frac{1}{1 + x^2}$$

Il candidato

- a) studi e disegni il grafico di g e quello della curva g_1 simmetrica di g rispetto alla retta $y = 1$;
- b) determini k ($k > 0$) in modo tale che la regione limitata da g e g_1 e dalle rette $x = \pm k$ sia equivalente al cerchio di raggio unitario;
- c) dica in che cosa consista il problema della *quadratura del cerchio* e perché venga definito un *problema classico*.
2. È assegnato un tronco di cono il cui volume è doppio di quello di una sfera di raggio r. Stabilire se tale tronco può essere circoscritto alla sfera e in caso affermativo esprimere i raggi delle basi del tronco in funzione del raggio r della sfera. Generalizzare la questione ponendo uguale a k il rapporto tra il volume del tronco di cono e quello della sfera; stabilire le condizioni di risolubilità del problema illustrando altresì il caso $k = \frac{3}{2}$.
3. Della parabola $f(x) = ax^2 + bx + c$ si hanno le seguenti informazioni, tutte localizzate nel punto $x = 0$: $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$, $f''(0) = 2$.
- a) Determinata la parabola, si scrivano le equazioni delle tangenti ad essa condotte per il punto P dell'asse y di modo che valga 60° l'angolo \widehat{APB} , essendo A e B i rispettivi punti di tangenza;
- b) accertato che il punto P ha ordinata $\frac{1}{4}$, si scriva l'equazione della circonferenza passante per A, B e P;
- c) si calcolino le aree delle due parti in cui la circonferenza risulta divisa dall'arco di parabola di estremi A e B.