

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO
(America Latina)
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Sessione Ordinaria 2002
SECONDA PROVA SCRITTA

Tema di Matematica

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Un trapezio isoscele è circoscritto ad una semicirconferenza di raggio 1.
Si chiede di:

- a) Dimostrare che il lato obliquo è la metà della base maggiore;
- b) Determinare la base minore del trapezio sapendo che la sua area è k , essendo $k \neq 0$;
- c) Discutere le condizioni di possibilità del problema ed esaminarne i casi particolari;
- d) Determinare il trapezio di area minima ed il volume del solido da esso generato nella rotazione di 360° gradi attorno alla base maggiore.

PROBLEMA 2

Di un fascio di parabole del tipo $y = ax^2 + bx + c$ si hanno, localizzate nel punto $x=0$, le informazioni seguenti:

$$y(0) = 3 - k \quad y'(0) = 1 \quad y''(0) = 2k$$

essendo k un parametro diverso da zero.

- a) Si determini l'equazione del luogo γ descritto al variare di k dai vertici delle parabole e se ne determinino le coordinate dei punti A e B di massimo e di minimo.
- b) Si verifichi che tutte le parabole del fascio passano per i punti A e B e se ne dia una giustificazione
- c) Si determinino le due parabole del fascio che hanno i vertici rispettivamente in A e B e si calcoli l'area della regione finita da esse racchiusa.

QUESTIONARIO

1. Il peso totale di 5 giocatori di calcio è 405 kg e il peso medio di 10 campionesse di nuoto è 47 kg. Trovare il peso medio di questi quindici atleti.
2. Un cilindro avente il raggio di base di 8,5cm e altezza 20cm viene riempito con biglie d'acciaio di 2,1cm di diametro. Dimostrate che nel cilindro ci sono meno di 940 biglie
3. Tra tutti i coni aventi apotema 1, determinare quello di volume massimo.
4. Enunciare il teorema di *de L'Hôpital* e applicarlo per calcolare il:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(1 + x^2)}{\log(1 + 3^x)}$$

5. Determinare la funzione esponenziale $f(x) = a^x$ che soddisfi l'equazione $f(x+1) = 2f(x)$ per tutti i numeri reali x . Successivamente della funzione trovata se ne calcoli la derivata seconda in $x=0$ e se ne dia un'approssimazione con due cifre decimali esatte.

6. Dopo aver dato una giustificazione della formula d'integrazione per parti applicarla per calcolare l'integrale definito:

$$\int_0^1 e^x (x^2 + 1) dx$$

7. A quali condizioni debbono soddisfare i coefficienti a e b della funzione $y = a \sin^2 x + b \sin x$ affinché essa abbia un massimo relativo per $x = \pi/4$?
8. Dimostrare che la derivata $(n+1)$ -esima di un polinomio $P(x)$ di grado n è zero.