

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Sessione Ordinaria 2002
SECONDA PROVA SCRITTA

Tema di Matematica

I candidato risolve uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Il triangolo ABC è rettangolo in A e i suoi cateti hanno misure note, una doppia dell'altra. Condotta per A una retta r non secante il triangolo e detta B'C' la proiezione ortogonale dell'ipotenusa BC su r, si determini la posizione di r per cui l'area del trapezio B'BCC' è massima.

Si affronti il problema

con i metodi della trigonometria (indicando, ad esempio, con x l'angolo che r forma con AC o AB);

con i metodi della geometria analitica introducendo un conveniente sistema di riferimento cartesiano.

Si ritrovi, infine, il risultato a partire dall'osservazione che il trapezio è somma del triangolo dato e dei triangoli rettangoli, di ipotenuse ostanti, B'BA e ACC'. Quando è che ciascuno di questi ha area massima?

PROBLEMA 2

Uno spicchio sferico di ampiezza 20° ha il volume, approssimato a meno di 10^{-2} , uguale a $169,65 \text{ cm}^3$.

Si determini il raggio della sfera cui lo spicchio appartiene;

Supposto che la sfera sia di ferro (peso specifico = 7,8) e pesi 21,65 kg si stabilisca se essa è piena o contiene al suo interno qualche cavità.

Si calcoli l'altezza del cono di volume minimo circoscritto alla sfera.

QUESTIONARIO

1. Cosa si intende per "funzione periodica"? Quale è il periodo di $f(x) = \cos\left(x + \frac{p}{4}\right) - 1$? Quale quello di $\cos px$?

2. Se $f(x) = 2^x$, mostrare che

a)
$$f(x+3) - f(x-1) = \frac{15}{2} f(x)$$

b)
$$\frac{f(x+3)}{f(x-1)} = f(4)$$

3. Dopo aver spiegato il significato e il valore del numero e di Nepero, calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$$

4. Determinare il valore del parametro t che soddisfa l'equazione:

$$\int_0^t \frac{e^x}{1+e^x} dx = \int_0^1 (3x^2 + 2x + 1) dx$$

5. Trovare l'equazione di una curva sapendo che il suo coefficiente angolare nel punto (x, y) è $x\sqrt{1+x^2}$ e passa per il punto (0, -2)

6. Due angoli a e b misurano rispettivamente $\frac{\pi}{2}$ radianti e 539 gradi. Quale dei due è il maggiore? Quale è più grande, $\sin a$ o $\sin b$?

7. Provare che esiste un numero reale a con $1 < a < 2$ in cui si annulla la funzione:

$$f(x) = \operatorname{tg} x + \log x - x$$

ove $\log x$ denota il logaritmo naturale di x.

8. Si stima che la popolazione mondiale aumenti dell'1,7% ogni anno. Indicata con P la popolazione mondiale attuale e con Q la popolazione stimata tra un anno, il legame tra P e Q è espresso da:

-) $Q = 1,0017P$
-) $Q = 1,017P$
-) $Q = 1,17P$

1) $Q = 1,1R$

) Nessuna delle risposte precedenti è esatte

Dare una esauriente spiegazione della risposta.

Durata massima della prova : 6 ore

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario d'Italiano.