

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (Europa)
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Sessione ordinaria 2003

SECONDA PROVA SCRITTA

Tema di Matematica

Il candidato risolve uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario. Tempo concesso: 6 ore.

Problema 1

Tra le circonferenze di equazione $x^2 + y^2 - 4y - k = 0$, sia Γ quella di raggio $2\sqrt{2}$. Siano A e B i punti in cui Γ interseca l'asse x .

- a) Determinare l'equazione della parabola p , con asse parallelo all'asse y , passante per A e tangente in B alla retta di equazione $y = -2x + 4$.
- b) Calcolare l'area di ciascuna delle due parti in cui p divide il cerchio Γ .
- c) Nel segmento parabolico determinato dalla corda \overline{AB} inscrivere un rettangolo, con un lato su \overline{AB} , di area massima.
- d) Tale rettangolo è anche quello di massimo perimetro?

Problema 2

Si consideri un cono circolare retto.

- a) Si sezioni il cono con un piano parallelo alla base e si indichino con a , b ($a > b$) e h rispettivamente le misure dei raggi delle basi e l'altezza del tronco che ne risulta. Si esprimano in funzione di a , b , h il volume e la superficie laterale del tronco di cono illustrando il ragionamento seguito.
- b) Posto che il cono preso in esame abbia la superficie laterale di $\sqrt{3}\pi \text{ dm}^2$, quale ne è il volume massimo?
- c) Si calcoli il raggio della sfera circoscritta al cono massimo determinato.
- d) Si dia una approssimazione in centilitri della capacità di tale sfera.

Questionario

1. Date un esempio di solido la cui superficie laterale è 7π .
2. Date un esempio di polinomio il cui grafico taglia la retta $y = 1$ tre volte.
3. Dimostrate, senza risolverla, che l'equazione: $2x^3 + 3x^2 + 6x + 12 = 0$ ammette una e una sola radice reale.
4. Calcolate $D[\operatorname{arccot} x]$ ($D =$ derivata) e dite perché essa è opposta a $D[\operatorname{arctan} x]$.
5. Scrivete l'equazione della tangente a λ , grafico di

$$f(x) = 2x - \log(e^{\pi/2} + 1)$$

nel suo punto P di ascissa 0.

6. Dopo aver tracciato il grafico della funzione $\log_4 x$, come vi regolereste per tracciare il grafico della funzione $\log_4(x - 5)$? e quello della funzione $\log_4 2x$?
7. Fra le primitive di $y = 3 \cos^3 x$ trovare quella il cui diagramma passa per $P(0, 5)$.
8. Il coefficiente angolare della tangente al diagramma di $f(x)$ è, in ogni suo punto P , uguale al doppio dell'ascissa di P . Determinate $f(x)$ sapendo che $f(0) = 4$.