

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (Europa)
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Sessione Suppletiva 2003
SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di Matematica

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Considerate le funzioni

$$f(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{e} \quad g(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

1. Tracciate nel piano (t, y) i loro rispettivi grafici F e G.
2. Provate che un punto qualsiasi dell'iperbole $x^2 - y^2 = 1$ avente per ascissa $f(t_1)$ ha per ordinata $g(t_1)$.
3. Siano P e Q i punti rispettivamente di F e G aventi la medesima ascissa t_0 . Stabilite se la distanza tra P e Q assume un valore di minimo o di massimo assoluto per qualche particolare valore di t_0 .
4. Calcolate l'area della regione limitata da F, G, dall'asse y e dalla retta di equazione $t = -1$ e quella della regione limitata da F, G, dall'asse y e dalla retta di equazione $t = 1$.

PROBLEMA 2

Determinare b e c affinché la parabola di equazione $y = -x^2 + bx + c$ abbia il vertice in A $(1;6)$.
Determinare altresì il parametro k in modo che l'iperbole di equazione $xy = k$ passi per A.

- 1) Disegnare le due curve e determinare le coordinate dei loro ulteriori punti comuni indicando con B quello appartenente al primo quadrante.
- 2) Calcolare l'area della parte di piano limitata dai due archi AB della parabola e dell'iperbole.
- 3) Calcolare il volume del solido generato dalla rotazione completa, attorno all'asse y, della medesima parte di piano.

QUESTIONARIO

1. Cosa si intende per "funzione periodica"? Quale è il periodo della funzione $f(x) = \operatorname{tg} 2x + \cos 2x$?
2. Provate che se l'equazione $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ha due soluzioni entrambe di valore k , allora k è anche soluzione dell'equazione $3ax^2 + 2bx + c = 0$.
3. Provate che la curva di equazione

$$y = \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n}{b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \dots + b_{n-1} x + b_n}$$

con a_0 e b_0 reali non nulli, ammette per asintoto la retta di equazione $y = \frac{a_0}{b_0}$.

4. Quale è il flesso della funzione $e^x - x^2$?
5. Provate che una qualsiasi curva di equazione $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, con $a \neq 0$, presenta uno e un solo flesso e che questo è il centro di simmetria della curva.

6. Per quale x la tangente alla curva di equazione $y = \arcsen x$ ha coefficiente angolare 1?

7. $F(x)$ e $G(x)$ sono due primitive rispettivamente di $y = x^2$ e $y = x$. Sapendo che è

$G(0) - F(0) = 3$, quanto vale $G(1) - F(1)$?

8. Tra i coni circolari retti di apotema 3dm quale è quello di capacità massima? Esprimete in litri tale capacità massima.

Durata massima della prova : 6 ore

E' consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario d'Italiano.